Universiteit Utrecht

Experimenteren in de rekenles

Frans van Galen
Vincent Jonker

De lessen die we in dit boekje beschrijven, zullen de leerlingen waarschijnlijk niet direct als rekenlessen ervaren. Ze gaan over onderwerpen als licht, spiegels en tandwielen, over het groeien van planten, over zomer en winter. Het zijn lessen waarin kinderen zelf op onderzoek gaan.

Het boekje is bedoeld om een brug te slaan tussen het vak wetenschap & techniek en het vak rekenen-wiskunde. Het wil laten zien dat er heel wat onderwijsactiviteiten zijn waarin die vakken gecombineerd kunnen worden. Dat is efficiënt, maar het heeft vooral ook inhoudelijke voordelen.

Voor het vak wetenschap & techniek is het gunstig dat kinderen ervaring krijgen in het verzamelen en weergeven van eigen meetgegevens, want uiteindelijk is tellen en meten de basis van bijna alle wetenschap. Het is ook gunstig dat het vak wetenschap & techniek op deze manier meer tijd en aandacht krijgt, want het is een vak dat makkelijk in het gedrang komt.

Voor het vak rekenen-wiskunde zijn de voordelen echter nog veel groter. In het huidige reken-wiskundeonderwijs spelen contextproblemen een essentiële rol, maar daarbij gaat het steeds om situaties uit het rekenboek, speciaal bedacht voor een rekendoel. Frans van Galen en Vincent Jonker pleiten ervoor om leerlingen vaker te laten rekenen binnen door hen zelf uitgevoerde onderzoekjes. Zulke onderzoekjes geven betekenis aan wat kinderen in de reken-wiskundeles leren en ze nodigen kinderen uit om over wiskunde na te denken.

De activiteiten die beschreven worden zijn voorbeelden. Via de website die bij het boekje hoort, zijn beschrijvingen te vinden van nog meer onderwijsactiviteiten op de grens van rekenen-wiskunde en wetenschap & techniek.

www.fisme.science.uu.nl/experimentereninderekenles/

SCHOOL AAN ZET

Freudenthal Centrum

platform Bèta Techniek

wetenschaps knooppunt Universiteit Utrecht

Experimenteren in de rekenles

Combineren van rekenlessen met lessen wetenschap & techniek

Frans van Galen
Vincent Jonker

Colofon

Dit boekje is tot stand gekomen in het kader van het programma Excellentie, Wetenschap & Techniek in de regio Utrecht, in samenwerking met het programma School aan Zet. De uitvoering is mogelijk gemaakt door het Platform Bèta Techniek te Den Haag.

Auteurs: Frans van Galen & Vincent Jonker (Freudenthal Instituut/ Onderwijsadvies & Training, Universiteit Utrecht)

Grafische verzorging: Anne Huisman.

Vormgeving: Plan B Amsterdam, Bert van Zutphen, Anne Huisman.

Secretariële ondersteuning: Betty Heijman, Nathalie Kuijpers.

Uitgave: Kenniscentrum Talentontwikkeling, Wetenschap & Techniek Midden-Nederland.

Website

Bij dit boekje hoort een website: www.fisme.science.uu.nl/experimentereninderekenles/

Op deze site vindt u links naar lessen en computerprogramma's
rond de onderwerpen die in dit boekje aan de orde komen.

Veel van het materiaal is ook te vinden via rekenweb.nl en via www.fisme.science.uu.nl/rekenweb/techplek/

Voorwoord

Op het etiket van mijn potje appelstroop staat 'Vruchtgehalte: 210 gram appels per 100 gram appelstroop'. Een intrigerende zin. Zou het een rekenfout zijn? Wat zouden kinderen hiervan vinden? Wie wel eens een appel heeft onderzocht, weet dat water een belangrijk bestanddeel is. Wie wel eens appelstroop gemaakt heeft, weet dat bij het koken van de stukjes appel een heleboel waterdamp ontwijkt. Als je deze ervaringen combineert, begrijp je ook dat je op de markt meer appels moet kopen dan je aan stroop op tafel wilt zetten. En als je kunt rekenen, dan kun je met bovenstaande formule (want dat is het) precies bepalen hoeveel appels je nodig hebt. Een sterke combinatie: wetenschap & techniek met rekenen-wiskunde.

Dit boekje laat zien hoe je op het snijvlak van wetenschap & techniek met rekenen-wiskunde krachtige leeromgevingen kunt maken voor de basisschool. En daarbij gaat het niet alleen om het getalbegrip en om contexten die kinderen helpen met de sommen. Want wiskunde is rijker. Het gaat over meetkunde, over perspectief, over patronen in de natuur, over onzekerheid, over hoe je greep krijgt op verandering. Dit noemen we mathematiseren, en kinderen op de basisschool kunnen dit al heel goed: de werkelijkheid om ons heen begrijpen en in je greep krijgen met behulp van wiskundig gereedschap. Het begint vaak spelenderwijs. Balanceren op de wip wordt later een hefboomregel. Tellen van bloemblaadjes leidt tot kennis van de 'gulden snede', die je in allerlei gebouwen toegepast ziet worden.

Rekenen-wiskunde verbinden met wetenschap & techniek is ook een goed idee om de overladenheid van het lesprogramma op de basisschool te verminderen. Iedereen is het er over eens dat we op de basisschool meer aan wetenschap & techniek zouden moeten doen, maar in welke tijd? De voorbeelden uit dit boekje maken duidelijk dat de doelen van het rekenonderwijs en van wetenschap & techniek met hetzelfde onderwijs bereikt kunnen worden.

Dit boekje is het resultaat van één van de projecten van het Kenniscentrum Talentontwikkeling, Wetenschap & Techniek Midden-Nederland. Dit Kenniscentrum is gevestigd aan de Universiteit Utrecht en maakt gebruik van de expertise van het Freudenthal Instituut voor Science & Mathematics Education, het Wetenschapsknooppunt Universiteit Utrecht, het TalentenKracht Centrum, de Academische Lerarenopleiding Primair Onderwijs en het Centrum voor Onderwijs & Leren Universiteit Utrecht. Het Kenniscentrum werkt nauw samen met de basisscholen en schoolbesturen voor primair onderwijs in de regio, de pabo's, de science centra en de educatieve dienstverleners om bij te dragen aan de kwaliteit van het basisonderwijs. De projecten zijn mede mogelijk gemaakt en gesteund door het Platform Bèta Techniek en het programma School aan Zet, waarvoor dank!

Ik hoop dat dit boekje zijn weg zal vinden naar het basisonderwijs en naar de pabo's. Naar de rekenles, de les in wetenschap & techniek en de taalles, zodat kinderen de wereld waarin ze leven in samenhang leren begrijpen en daar uitdrukking aan kunnen geven. Veel plezier met het gebruik!

Hanno van Keulen

Hoofd Kenniscentrum Talentontwikkeling, Wetenschap & Techniek Midden-Nederland

Deel 1

Over het combineren van rekenlessen met lessen wetenschap & techniek

- Onderzoekend leren
- Ook de kerndoelen vragen om integratie
- Rekenen-wiskunde levert gereedschap
- De wiskunde zelf als onderwerp van onderzoek
- Van onderbouw tot bovenbouw
- Meten

Onderzoekend leren

Veel wat leerlingen op school leren, leren ze uit een boek. Dat is niet zo vreemd, want leren is voor een groot deel het opnemen, ordenen en begrijpen van informatie. Ook luisteren naar wat de leerkracht vertelt of het maken van een werkstuk op basis van informatie van internet lijkt erg op leren uit een boek.
Dit boekje gaat over onderwijsactiviteiten waarin kinderen zelf op onderzoek gaan; niet het opzoeken van informatie staat voorop, maar het zelf experimenteren en meten. Het ordenen van gegevens en het overzichtelijk weergeven ervan zijn daarbij belangrijke vaardigheden.

Dit boekje is bedoeld om een brug te slaan tussen twee vakken, het vak wetenschap & techniek en het vak rekenen-wiskunde. We willen laten zien dat er heel wat onderwijsactiviteiten zijn waarin die twee vakken gecombineerd kunnen worden. Dat heeft voordelen binnen het schoolrooster, want er wordt tegelijkertijd aan twee vakken gewerkt, maar het heeft vooral ook inhoudelijke voordelen, zowel voor wetenschap & techniek als voor rekenen-wiskunde.

Voor het vak wetenschap & techniek is het gunstig dat kinderen ervaring krijgen in het verzamelen van eigen meetgegevens, want uiteindelijk is tellen en meten de basis van bijna alle wetenschap. Het is ook gunstig dat het vak op deze manier meer tijd en aandacht krijgt, want wetenschap & techniek is een vak dat door de beperkte tijd op het rooster makkelijk in het gedrang komt.

Voor het vak rekenen-wiskunde zijn de voordelen nog veel groter. In het huidige reken-wiskundeonderwijs speelt de realiteit al een belangrijke rol, denk bijvoorbeeld aan het rekenen met geld, aan verdeelsituaties en aan contextproblemen waarin verhoudingen vergeleken moeten worden. Zulke contextproblemen, vaak met zorgvuldig gekozen getallen, hebben een essentiële plek binnen het onderwijs, maar het gaat daarbij wel steeds om situaties uit het rekenboek, speciaal bedacht voor een rekendoel. Kinderen zouden ook veel kunnen leren via door hen zelf uitgevoerde onderzoekjes met echte onderzoeksgegevens. Zulke onderzoekjes geven betekenis aan wat ze in de reken-wiskundeles leren en ze motiveren kinderen om over allerlei rekenonderwerpen na te denken.

Het reken-wiskundeonderwijs zou er sterk van profiteren als binnen dat vak meer sprake zou zijn van onderzoekend en ontwerpend leren. Bijvoorbeeld:

- Leerlingen maken zelf een grafiek om de resultaten van een onderzoekje weer te geven.
- Ze gebruiken breuken en procenten om gegeven situaties te vergelijken.
- Ze tekenen zelf een plattegrond of een kaart, of bouwen iets na op schaal (meetkunde, verhoudingen).
- Ze leren niet alleen over lengte, oppervlakte, gewicht, inhoud en tijd - de traditionele meetonderwerpen binnen rekenen-wiskunde - maar meten bijvoorbeeld ook op hoe hard de wind waait, hoe warm iets wordt, hoe snel een speelgoedautootje rijdt en hoeveel licht weerkaatst wordt door verschillende kleuren papier.
- Ze leren dat echte experimenten getallen opleveren waar je niet zomaar uit je hoofd mee kunt rekenen. Dat geeft niet, want voor het rekenen met lastige getallen hebben we de zakrekenmachine, en voor het maken van grafieken op de computer maakt het ook niet uit.

Veel van de voorbeelden die we in dit boekje zullen bespreken komen uit projecten waarin welbewust de grens tussen rekenen-wiskunde en wetenschap & techniek is opgezocht. Een van die projecten is de Grote Rekendag. De Grote Rekendag wordt jaarlijks georganiseerd door het Freudenthal Instituut en is een dag op school die helemaal in het teken staat van rekenen-wiskunde. De leerlingen werken in groepjes en krijgen alle ruimte om dingen zelf uit te zoeken. De Grote Rekendag van 2005 had als thema ‘Tellen, turven, tekenen’ en ging over het ordenen en overzichtelijk weergeven van gegevens. Die van 2010 ging over meten aan je eigen lichaam (lichaamsmaten, sterkte, reactiesnelheid) of meten met je zintuigen. De materialen van voorgaande Grote Rekendagen, met de beschrijving van de activiteiten, zijn te vinden op www.rekenweb.nl.

Ook de kerndoelen vragen om integratie

Wanneer we de kerndoelen voor het primair onderwijs bekijken zien we veel aanknopingspunten voor het integreren van vakken. We nemen als voorbeeld de kerndoelen voor meten en meetkunde

32 De leerlingen leren eenvoudige meetkundige problemen op te lossen.

33 De leerlingen leren meten en leren te rekenen met eenheden en maten, zoals bij tijd, geld, lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht, snelheid en temperatuur.

Bij de kerndoelen voor 'natuur en techniek' en 'oriëntatie op jezelf en de wereld' vinden we kerndoelen die hier heel dicht tegenaan liggen:

46 De leerlingen leren dat de positie van de aarde ten opzichte van de zon, seizoenen en dag en nacht veroorzaakt.

48 Kinderen leren over de maatregelen die in Nederland genomen worden/werden om bewoning van door water bedreigde gebieden mogelijk te maken.

50 De leerlingen leren omgaan met kaart en atlas, beheersen de basistopografie van Nederland, Europa en de rest van de wereld en ontwikkelen een eigentijds geografisch wereldbeeld.

51 De leerlingen leren gebruik te maken van eenvoudige historische bronnen en ze leren aanduidingen van tijd en tijdsindeling te hanteren.

Onderzoeken hoe we dag en nacht en de seizoenen kunnen verklaren vanuit het draaien van de aarde om zijn as en de baan van de aarde om de zon is het praktisch toepassen van meetkunde. Ook het maken van kaarten heeft alles te maken met meetkunde. Wat het meten betreft is kennis over het meten van tijd en het afbeelden van gebeurtenissen op een tijdlijn heel belangrijk voor de geschiedenisles. Verder biedt het onderwerp rivieren en dijken een uitgelezen kans voor lessen rond maten: hoeveel water stroomt er door de IJssel? Hoeveel water moest er uit de Haarlemmermeer worden gepompt? Stel je voor dat polder 'de Ronde Hoep' bij Amsterdam onder zou lopen.

Rekenen-wiskunde is meer dan rekenen

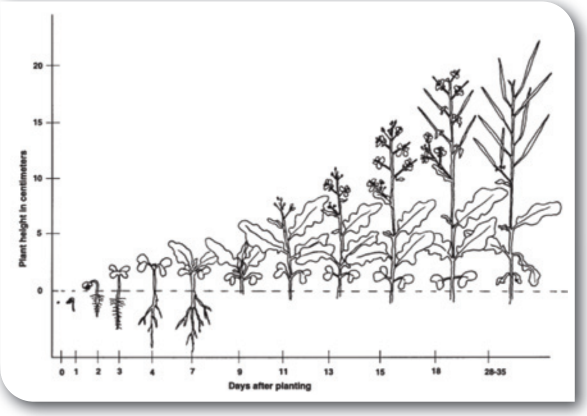
Natuurlijk, de meeste tijd in de reken-wiskundelessen wordt besteed aan het leren rekenen, maar het vak omvat meer. Een mogelijke indeling is:

- Getalbegrip ('rekenen')
- Meten ('kwantificeren')
- Ruimte, vormen en patronen ('meetkunde')
- Verandering: verbanden, grafieken, tabellen ('oorzaken en gevolgen')
- Onzekerheid: data en kans ('statistiek')

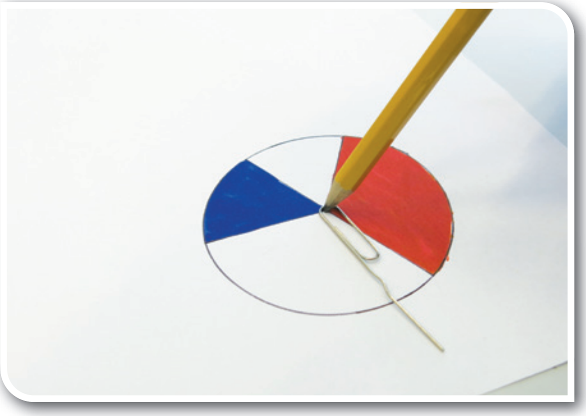
Je kunt op zich die wiskunde ook weer zien als een van de 'systemen' binnen het domein van wetenschap & techniek.

- Natuurkundige (of liever: niet-levende) systemen
- Levende systemen
- Aarde-ruimtesystemen
- Technische systemen
- Mathematische systemen

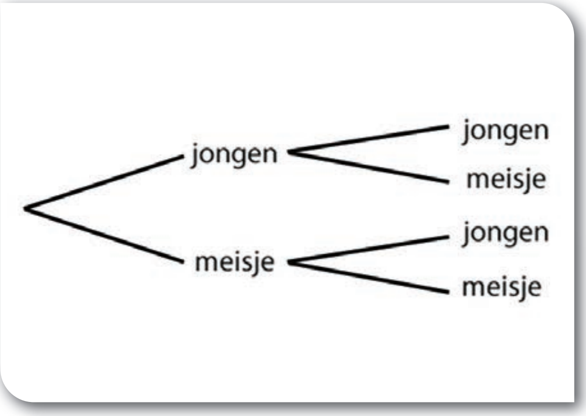
Rekenen-wiskunde levert gereedschap



afb.1: Onderzoeken van de groei van een plant vraagt om allerlei wiskundig gereedschap.



afb.2: Kanstol; geef de paperclip een draai en kijk op welk vakje hij stopt.



afb.3: Kansboom; hoe groot is de kans op een jongen en een meisje?

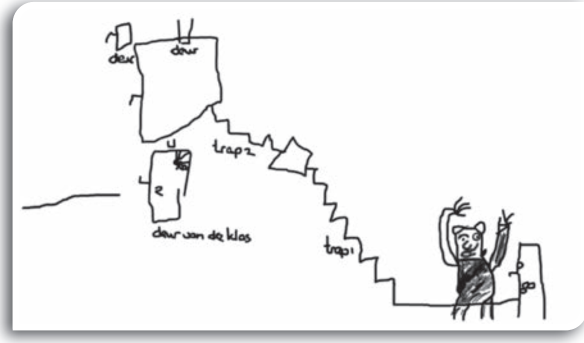
Rekenen-wiskunde levert gereedschap voor het doen van onderzoek. Op de eerste plaats is er natuurlijk het tellen en meten en alles wat je nodig hebt om situaties getalsmatig te onderzoeken. Daarnaast is er de meetkunde die helpt bij het redeneren over ruimte en vormen.

Laten we als voorbeeld nemen dat kinderen willen uitzoeken of je planten veel kunstmest moet geven, met als vraag daarachter: is meer voedsel ook altijd beter? Voor zo'n onderzoek kun je drie groepen plantjes opkweken met een verschillende concentratie kunstmest in het water waarmee ze begoten worden. Centraal staat dan het meten van de lengte van de planten en die lengtes overzichtelijk bijhouden in een tabel. Vervolgens kan van de groei van een plant een grafiek worden getekend. Natuurlijk worden niet alle plantjes even groot ook al krijgen ze hetzelfde gietwater, dus om de groepen vergelijkbaar te maken kun, je een gemiddelde uitrekenen. Meten, tabel, grafiek, gemiddelde, het is allemaal gereedschap uit de wiskunde.

Of een veel simpeler onderzoekje: doen jongens en meisjes even vaak aan sport? Je kunt tellen hoeveel jongens en hoeveel meisjes van de klas op een sportclub zitten, maar waarschijnlijk zitten er niet evenveel jongens als meisjes in de klas. Op de een of andere manier moet je dus iets zeggen over de verhouding sporters in de twee groepen. Dat kan bijvoorbeeld door voor de jongens en meisjes apart een cirkeldiagram te tekenen, of door het percentage kinderen dat op een club zit uit te rekenen.

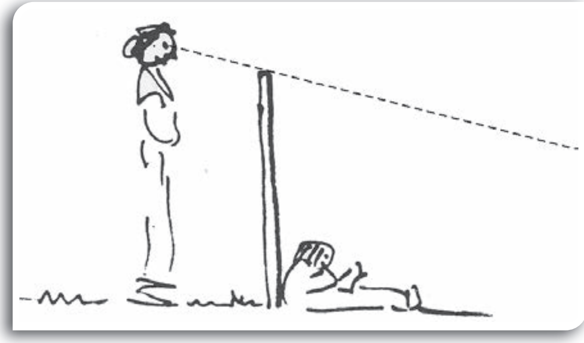
Cirkeldiagrammen kunnen ook gebruikt worden als model bij het onderzoeken van kansen. Een kanstol (afb.2) kan gebruikt worden als een soort dobbelsteen: laat de verbogen paperclip ronddraaien en kijk naar welk vakje hij wijst. Tegelijkertijd is het een model dat laat zie hoe kansen verdeeld zijn. Een ander hulpmiddel is het tekenen van een boom, zoals in afbeelding 3, voor de lastige vraag hoe groot de kans is op een jongen en een meisje voor mensen die twee kinderen krijgen.

Ook de meetkunde levert gereedschap. Om te begrijpen hoe de stad of het dorp waar je woont in elkaar zit, zijn kaarten erg handig. Zo'n kaart is een afbeelding op schaal. We kunnen kleuters al 'schatkaarten' laten tekenen, waarop ze aangeven waar ze een speelgoedje hebben verstopt. Wat oudere kinderen kunnen we vragen om de weg van huis naar school te tekenen. Pas in de bovenbouw zullen kinderen kaarten kunnen maken die min of meer op schaal zijn, bijvoorbeeld de plattegrond van hun kamer.



afb.4: De beer is in de gymzaal en wil naar de klas. Teken hoe hij moet lopen.

Een ander meetkundig gereedschap is het redeneren in termen van kijklijnen en het tekenen ervan. Waarom kun je iemand niet zien als hij achter een schutting zit? Trek een lijn vanuit het oog langs de schutting (afb.5) en je hebt een lijn die de scheiding aangeeft tussen wat wel en niet zichtbaar is. Wiskundig gezien is er niets op tegen om te zeggen dat die lijn begint in het oog. Bij het onderzoeken van licht en het nadenken over dat verschijnsel zal blijken dat het natuurkundig gezien andersom is: het gaat om lichtstralen die eindigen in het oog.

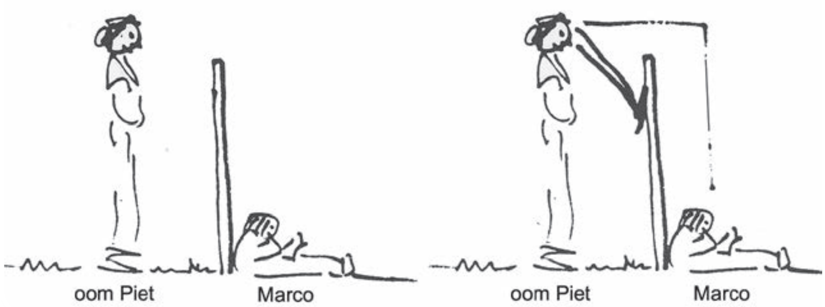


afb.5: Tekenen van kijklijnen maakt duidelijk wat iemand ziet.

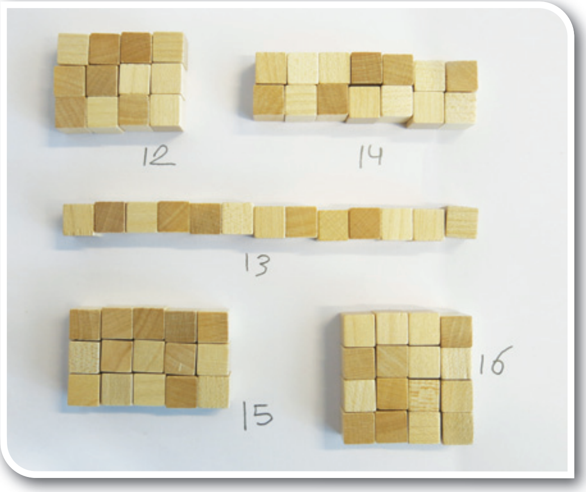
In de gewone reken-wiskundelessen staat het ontwikkelen van het gereedschap centraal. Wanneer we rekenen-wiskunde combineren met wetenschap & techniek geven we kinderen de kans om van alles te ontdekken over een onderwerp en tegelijk het gereedschap beter te gaan begrijpen.

'Kan oom Piet Marco zien?'

Onno, zeven jaar oud, pakt meteen een pen en tekent lijnen in het plaatje. 'Nee', zegt hij, 'dat kan niet, want hij kan niet zo kijken. Door de muur kan hij ook niet kijken, want dan kaatst het terug.'

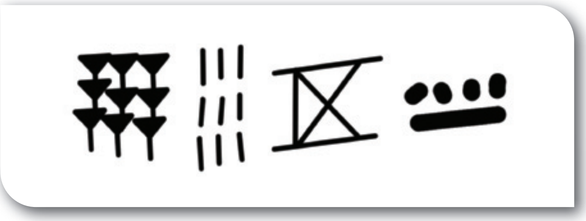


De wiskunde zelf als onderwerp van onderzoek

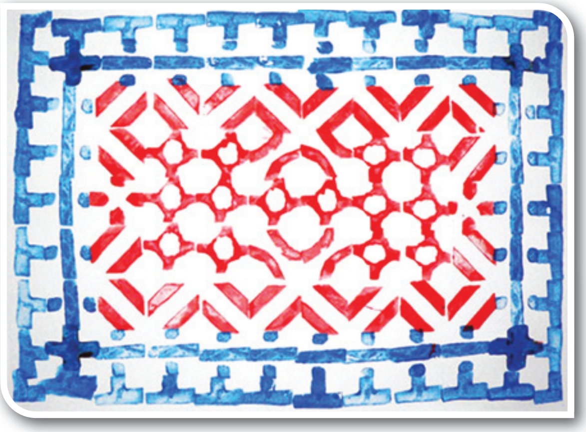


afb.6: Kun je met elk aantal blokjes een rechthoek maken?

afb.7: Driehoeksgetallen.



afb.8: Het getal 9, zoals het geschreven werd door de Babyloniërs, de Egyptenaren, de Romeinen en de Maya's



afb.9: Patroon gemaakt met aardappelstempels.

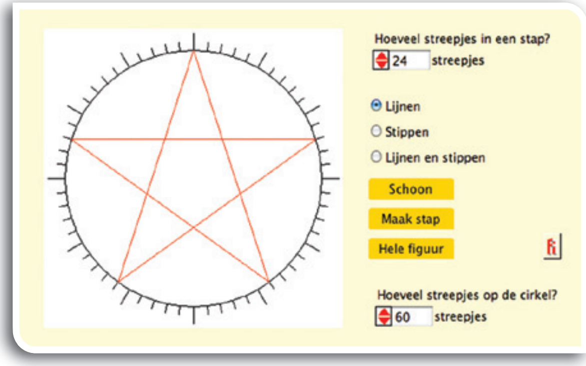
Het vak rekenen-wiskunde levert niet alleen maar gereedschap, maar biedt zelf ook interessante onderwerpen voor onderzoek.

Kun je met elk aantal blokjes een rechthoek maken (afb.6)? We spreken af dat een losse rij niet meetelt en '2 bij 3 blokjes' en '3 bij 2 blokjes' rekenen we als dezelfde rechthoek. Het is voor kinderen vanaf groep 4 een mooie onderzoeksvraag. Kinderen ontdekken dat er heel wat getallen zijn waar je maar één rechthoek bij kunt maken, maar dat er ook getallen zijn met meer dan één rechthoek. Met 24 blokjes heb je zelfs drie mogelijkheden: 2 bij 12, 3 bij 8 en 4 bij 6. Ook blijken er getallen te zijn waarmee je alleen maar een losse sliert kunt maken, dat zijn de priemgetallen. En dan zijn er nog getallen die je als een vierkant kunt leggen, zoals 4, 9, 16, 25 ... Oudere kinderen kunnen we naast de kwadraten ook 'driehoeksgetallen' laten onderzoeken. Steeds een nieuwe regel extra in afbeelding 7 geeft voor het totaal de reeks: 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...

Een ander onderwerp rond getallen is de schrijfwijze van getallen. De Babyloniërs, Romeinen, Egyptenaren en Maya's (afb.8) schreven getallen anders dan wij. Door uit te zoeken hoe het systeem van die volken in elkaar zat gaan kinderen beter begrijpen hoe ons systeem werkt, en misschien zullen ze gaan zien hoe vernuftig ons systeem is, want met maar tien cijfers kun je alle getallen schrijven.

In de meetkunde is het onderzoeken van patronen een schitterend onderwerp. We kunnen kleuters patronen laten stempelen en iets oudere kinderen kunnen we van aardappels ook zelf hun stempels laten maken. In de bovenbouw kan dit gecombineerd worden met een meer technische analyse van patronen in de islamitische kunst.

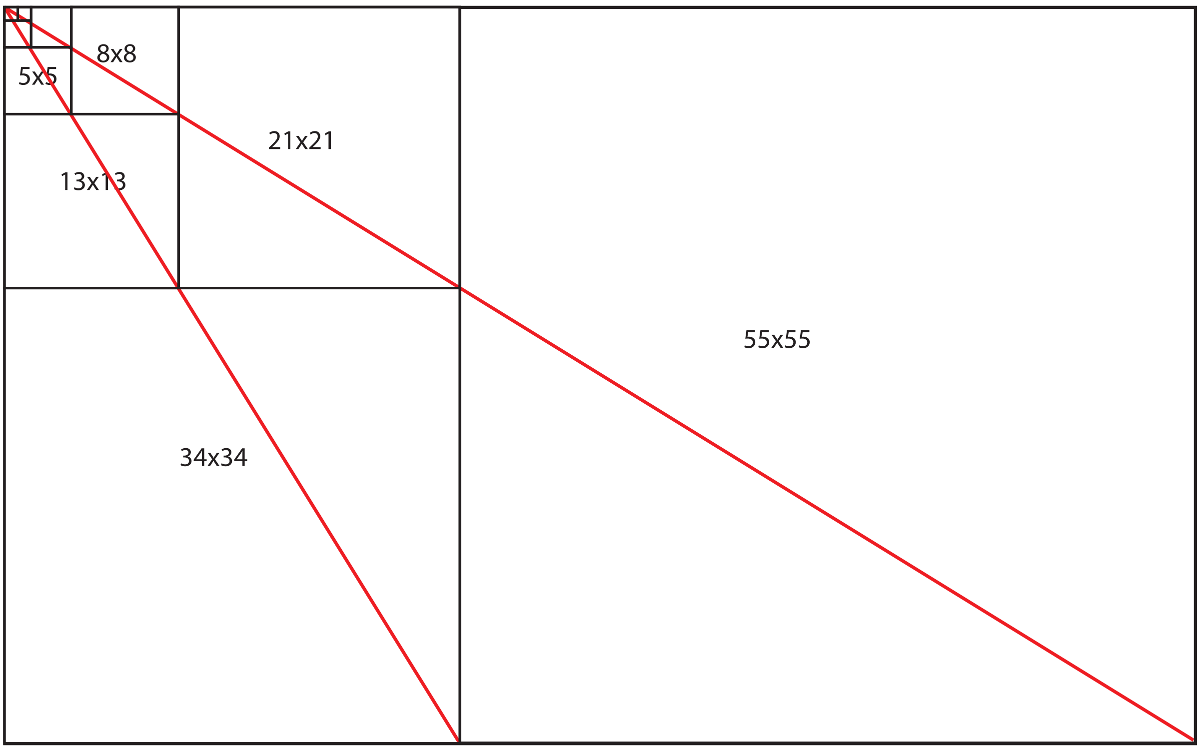
Afbeelding 10 laat een onderwerp zien waarin het onderzoeken van de deelbaarheid van getallen samen gaat met het onderzoeken van meetkundige vormen. Het computerprogramma ‘Ster’ trekt lijnen binnen een cirkel met zestig streepjes (‘minuten’). Door het aantal minuten te variëren, kun je allerlei verschillende sterren maken.



afb.10: Het computerprogramma ‘Ster’ van rekenweb.nl.

Fibonaccigetallen

Begin met de getallen 1 en 1, en zet de reeks dan voort door steeds de laatste twee getallen bij elkaar te nemen. Het levert een rij op die bekend staat als de ‘reeks van Fibonacci’: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ...Het is een reeks met bijzondere eigenschappen. De tekening hieronder laat daar wat van zien. Begonnen is linksboven met twee vierkantjes van 1 x 1, daarna is er steeds tegen de lange zijde van de rechthoek een vierkant geplaatst, en zo steeds verder. Eén voor één verschijnen zo de getallen van Fibonacci. Als je vanuit de linker bovenhoek een lijn trekt door de hoekpunten van de rechthoeken, lijken die hoekpunten op dezelfde twee lijnen te liggen. In feite is dat niet zo, want de richting van de lijnen geeft de verhouding tussen de zijden van de rechthoek weer en bijvoorbeeld 5 : 13 is niet precies hetzelfde als 55 : 89. De verhoudingen komen wel steeds dichter bij elkaar en worden uiteindelijk 1 : 1,6180339887..., de beroemde ‘gulden snede’.



Van onderbouw tot bovenbouw

Rekenen-wiskunde beslaat een breed terrein, dat van wetenschap & techniek is nog breder. Voordat we voorbeelden bespreken van het combineren van de twee vakken, willen we eerst laten zien dat een specifiek thema op verschillende niveaus kan worden uitgewerkt. We doen dit aan de hand van het thema 'Turven, tellen, tekenen' van de Grote Rekendag 2005. De opdrachten die we bespreken laten zien hoe een onderwerp als het ordenen en overzichtelijk weergeven van gegevens voor verschillende klassen kan worden uitgewerkt. In de onderbouw ligt de nadruk op ordenen en tellen, in de midden- en bovenbouw op het zelf maken van grafieken. De materialen van de Grote Rekendag van 2005 en andere jaren zijn te vinden op www.rekenweb.nl.

afb.11: Meneer Spaarman.

afb.12: Welke horen bij elkaar?

afb.13: De dinosaurussen die Joris thuis heeft.

Kleuters en groep 3: een tentoonstelling maken

Als introductie wordt aan de hand van een aantal plaatjes het verhaal van meneer Spaarman verteld (afb.11). Meneer Spaarman verzamelt luciferdoosjes, puntenslijpers, boeken over konijnen, hij verzamelt eigenlijk alles. Om zijn verzamelingen aan mensen te laten zien maakt hij steeds nieuwe tentoonstellingen. Hij ruimt alles wat hij heeft netjes op in dozen, maar hij heeft als probleem dat hij steeds vergeet wat er in welke doos zit. Het verhaal eindigt ermee dat meneer Spaarman besluit op zijn dozen te tekenen of te schrijven wat er in zit en hoeveel dingen het zijn.

De kinderen gaan na het verhaal zelf ook zo'n tentoonstelling maken. Een kleuterklas heeft allerlei spullen die daar geschikt voor zijn: autootjes, plastic beesten, poppenkastpoppen, boeken. De opdracht is om dingen die op elkaar lijken bij elkaar te zetten. In een klas waar deze activiteit gedaan werd, zaten er in de grote doos met autootjes ook een paar vliegtuigen en helikopters. Die pasten best bij de autootjes vonden de leerlingen, maar ze kregen wel een eigen plek (afb.12). Er zaten ook een paar plastic schapen in de doos, maar die werden er door de kinderen direct uitgehaald; die hoorden in een andere tentoonstelling.

In groep 3 was de leerlingen gevraagd of ze thuis spullen hadden voor een tentoonstelling. Joris kwam meteen de volgende dag met briefjes waarop hij verschillende soorten dinosaurussen had getekend - langnekken, viervoeters, vleeseters - met daarbij hoeveel hij er had van die soort (afb.13). Andere kinderen namen op de Grote Rekendag knuffels, mooie stenen, bierdopjes en nog veel meer mee.

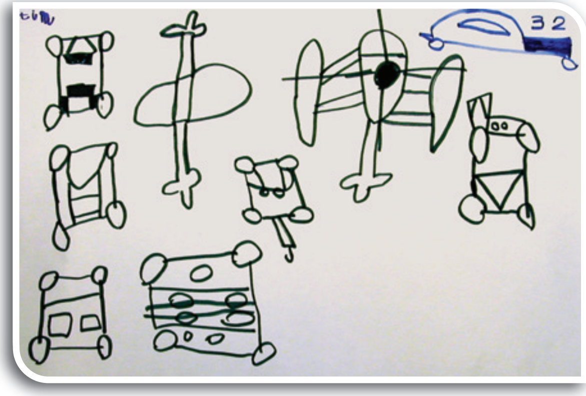
Zulke verzamelingen zijn een onuitputtelijke bron voor gesprekken over wat er gemeenschappelijk en verschillend is. Al gauw blijkt dat elke verzameling op verschillende manieren in te delen is. Je kunt knuffels in soorten bij elkaar zetten (vogels, honden, poezen,...), maar je kunt ook kijken hoe groot ze zijn, of welke kleur ze hebben. Voor een stenenverzameling geldt dat ook: je kunt ze op kleur of op grootte sorteren, of je kunt alle stenen die glimmen bij elkaar zetten.

De volgende stap is het op de een of andere manier vastleggen van de verzameling of de tentoonstelling. Tim, die net zes was geworden, maakte een heel gedetailleerde tekening van vliegtuigen, helikopters en auto's, maar hij had ook geteld dat er 32 dingen op de tafel lagen (afb.15). Roos besteedt veel tijd aan haar eerste auto. Er zijn er 4 van die soort (afb. 16)

Midden- en bovenbouw: grafieken

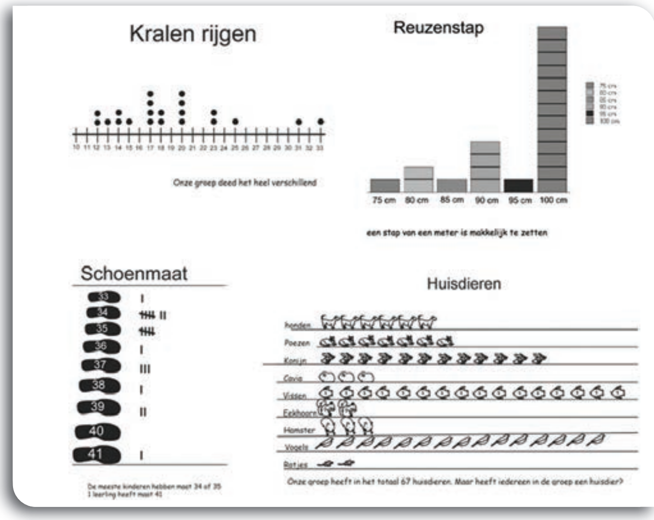
In de midden- en bovenbouw ligt de nadruk op het overzichtelijk weergeven van resultaten. In de middenbouw wordt dat onderwerp geïntroduceerd via een 'grafiekenkrant' die leerlingen van een groep 5 op een andere school hebben gemaakt. Er er is in te zien hoeveel huisdieren de leerlingen samen hebben en welke schoenmaten ze hebben, maar ook het resultaat van een aantal proefjes (afb.17). In een circuit doen de middenbouw-leerlingen diezelfde proefjes en daarna maken ze grafieken van hun eigen gegevens. Dat hoeven geen standaardgrafieken te zijn, zoals een staaf- of lijngrafiek of en cirkeldiagram. In afbeelding 18 is bijvoorbeeld te zien hoe de leerlingen hebben weergegeven hoe ver ze kwamen bij 'watje blazen'.

afb.14: Inrichten van de tentoonstelling.

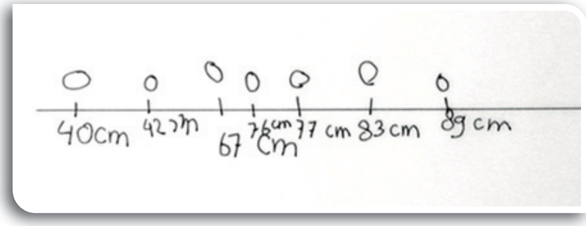


afb.15: Tim tekent wat er op tafel staat.

afb.16: Er zijn vier auto's van de ene soort en twee van de andere.



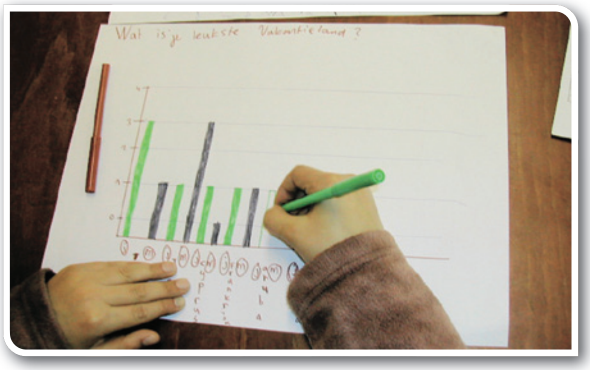
afb.17: Uit de 'Grafiekenkrant'.



afb.18: Hoe ver kwam iedereen bij 'watje blazen'?

In de bovenbouw doen leerlingen een onderzoekje met een vragenlijst die ze eerst zelf ontwerpen. In groepjes bedenken ze vragen, zoals: Hoe lang ben je? Hoe laat sta je op? Hoe lang sta je voor de spiegel? De vragenlijst die zo ontstaat, vullen ze allemaal in. Strookjes met de antwoorden worden vervolgens verdeeld over de groepjes die de antwoorden tellen en het resultaat weergeven op een poster. Ze mogen zelf kiezen wat ze een geschikte grafiek vinden.

De ervaring bij deze activiteiten is dat leerlingen op zich vertrouwd zijn met grafieken - die kennen ze uit het dagelijks leven en uit hun rekenboek - maar dat ze vaak de basisprincipes waarop de grafieken berusten nog niet helemaal doorzien. We komen we daar later in detail op terug.



afb.19: Een grafiek tekenen.

afb.20: Grafieken van 'Hoe laat sta je op?'en 'Wie is je idool?'.

Meten

Hoe lang ben je? Hoe snel fiets je? Hoe lang doe je er over om naar school te komen? Hoe warm is het? Hoe hard waait de wind? Er valt in de wereld van alles te meten. Dat wat gemeten wordt noemen we een grootheid: lengte, snelheid, tijd, temperatuur, windsnelheid, enzovoort. Ook tellen is meten, al noemen we het meestal niet zo. Via tellen meten we hoeveelheid.

Meten gebeurt doorgaans met een meetinstrument. Dat kan iets simpels zijn, zoals een lineaal, maar ook een of ander apparaat. Vaak weten we slechts globaal hoe zo'n apparaat werkt, denk bijvoorbeeld aan een snelheids- of een hoogtemeter. We kunnen ook onszelf als meetapparaat gebruiken, zoals bijvoorbeeld in het volgende proefje, dat al met kleuters gedaan kan worden.

> De leerkracht heeft vijf identieke plastic flesjes met water. In het eerste flesje doet ze verder niets, in het tweede flesje doet ze één klontje suiker, in het derde flesje twee klontjes, in het vierde drie klontjes, in het vijfde vier klontjes. Op een sticker op de onderkant schrijft ze 0, 1, 2, 3 of 4, of ze tekent de klontjes. Als alle suiker is opgelost, zet ze de flesjes door elkaar en de kinderen moeten via proeven proberen de flesjes op volgorde van niet zoet naar zoetst te zetten.

Zoals we kunnen proeven hoe zoet iets is, zo kunnen we ook warmte voelen. Heel erg nauwkeurig gaat dat niet, zoals aan te tonen valt met het proefje waarbij we eerst onze linkerhand in koud water houden en de rechterhand in warm water. Als we beide handen daarna in hetzelfde lauwe water houden, is dat water volgens de ene hand warm en volgens de andere koud. Het is nauwkeuriger om temperauur te meten met een thermometer. Zo'n thermometer geeft temperatuur weer in een meetgetal.

afb.21: In welk flesje zitten de meeste suikerklontjes?

afb.22: Met blokken meten hoe lang je bent.

Meetgetallen zijn er in soorten. Bij temperatuur bijvoorbeeld heeft het weinig betekenis om te zeggen dat het op een zomerdag van dertig graden twee keer zo warm is als op een dag van vijftien graden. Wel heeft het verschil tussen temperaturen een vaste betekenis. Wie iets wil zeggen over de verhouding tussen temperaturen zou die moeten uitdrukken in graden Kelvin, dat wil zeggen op de schaal vanaf het absolute nulpunt, dat op 273 graden onder nul ligt. Bij lengte heeft 'twee keer zo lang' echter wel betekenis. Wie twee planken van 80 cm nodig heeft kan een plank van 160 cm doormidden zagen. Ook bij grootheden als afstand, tijd, snelheid, aantal en benzineverbruik heeft 'twee keer zo veel' meestal betekenis. Bij het bespreken van grafieken komen we terug op de verschillen tussen meetgetallen.

Meten is een belangrijk onderwerp binnen het vak rekenen-wiskunde. Daarbij gaat het om het meten van lengte, oppervlakte, inhoud, tijd en gewicht. Lengte neemt daarbij een centrale plaats in, omdat onze maten voor oppervlakte en inhoud daarvan afgeleid zijn en omdat het maatsysteem voor lengte - dat de mogelijkheid biedt om bijvoorbeeld meters om te rekenen naar centimeters of milimeters - een voorbeeld is voor andere maatsystemen.
Een bezwaar is dat binnen het vak rekenen-wiskunde veel aandacht uitgaat naar dat omrekenen, waardoor de vraag waarom we eigenlijk meten naar de achtergrond verdwijnt. De combinatie met wetenschap & techniek kan hier grote winst opleveren. Voor de leerlingen krijgt het meten dan betekenis en dat maakt waarschijnlijk ook dat ze het wisselen tussen maten beter zullen begrijpen.

We noemden al het thema 'Meten te lijf' van de Grote Rekendag 2010. Het materiaal voor deze dag (zie www.rekenweb.nl) beschrijft allerlei proefjes waarbij leerlingen hun lichaam opmeten of juist hun lichaam als meetinstrument gebruiken (afb.22). Ook dit is een thema dat van onderbouw tot bovenbouw kan worden gedaan.

Deel 2

Voorbeelden

- Kijken
- Tandwielen
- Licht meten
- De getallen van Fibonacci
- Zon en schaduw
- Waarom is het in Marokko warmer?

Kijken

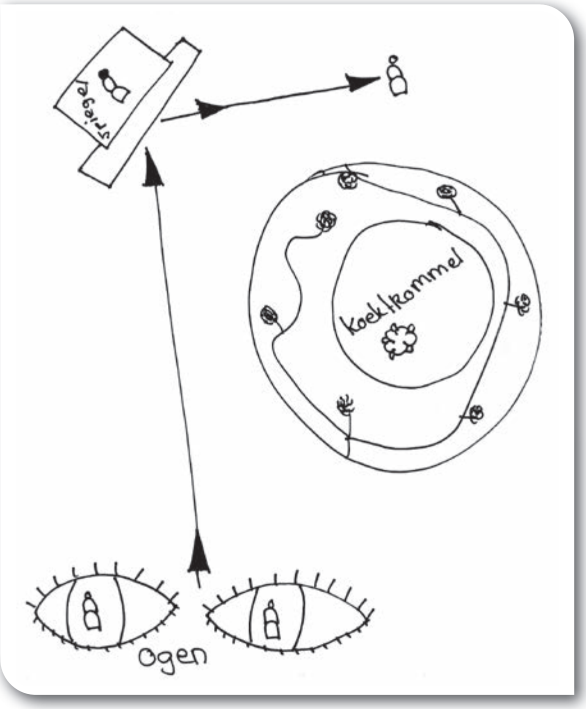
Wat is kijken? Voor jonge kinderen is kijken zo vanzelfsprekend dat ze zich waarschijnlijk geen raad weten met die vraag. Kijken is voor hen: je draait je hoofd en je ziet wat je wil zien. Als we willen dat kinderen gaan onderzoeken wat kijken is, moeten we ze in situaties brengen die dat kijken minder vanzelfsprekend maken. We kunnen hen bijvoorbeeld een spiegel geven; daar zie je niet alleen jezelf in, maar ook dingen die achter je staan. Hoe kan dat, je kijkt de ene kant op en je ziet dingen aan de andere kant? We kunnen kinderen ook vragen wat iemand anders kan zien, of wat ze zelf kunnen zien als ze op een andere plek gaan staan.
'Kijken' is niet alleen een onderwerp om met heel jonge kinderen te onderzoeken, maar ook met kinderen in groep 7 en 8. Je zou het 'praktische meetkunde' kunnen noemen.

Kijken met een spiegel

Kinderen moeten bij spiegels allerlei verschillende inzichten ontwikkelen. Op de eerste plaats, maar dat geldt voor heel jonge kinderen, moeten ze gaan begrijpen dat ze zichzelf in de spiegel zien. Mensen weten wat ze zien, maar er zijn weinig zoogdieren die begrijpen dat het beest in de spiegel niet een ander beest is, maar zij zelf. Dolfijnen begrijpen het, maar poezen niet. Ook moeten kinderen gaan begrijpen dat de dingen die ze in de spiegel zien dezelfde dingen zijn die ze zien als ze zich omdraaien.

Een volgend inzicht is dat je de spiegel kunt draaien om iets of iemand 'in beeld' te krijgen. Of - een andere mogelijkheid - je kunt je eigen positie ten opzichte van de spiegel veranderen om hetzelfde te bereiken.

Nog weer een hoger inzicht is dat je een spiegel ook kunt gebruiken om iets te zien wat eigenlijk buiten zicht is. De leerkracht zet bijvoorbeeld een poppetje neer en bouwt dan met duplo of blokken een muurtje tussen het poppetje en het kind. Wat oudere kinderen weten dan dat ze de spiegel kunnen gebruiken om 'om het hoekje te kijken' en ze kunnen ook ontdekken waar ze die spiegel dan neer moeten zetten.



afb.23: Elias tekent hoe je met een spiegel om een hoekje kunt kijken.

Al deze inzichten liggen nog op het niveau van praktisch handelen. Een volgende stap is kinderen te vragen waarom een spiegel je als het ware om een hoekje laat kijken. Veel kinderen in de bovenbouw zullen het dan hebben over 'lijnen' waarlangs je kijkt en hun verhaal eventueel illustreren met een tekening van die kijklijnen (afb.23). Ze hebben ook een globaal begrip van hoe het zit met de hoek van inval en de hoek van uitval.

Uiteindelijk is er dan nog de natuurkundige aard van het kijken. Zo'n tekening als die van afbeelding 23 is een meetkundige, schematische weergave van de situatie. De feitelijke situatie is dat voorwerpen naar alle kanten licht verspreiden en dat we, via de spiegel, een deel van die stralen opvangen in ons oog.

In het Talentenkracht-project zijn jonge kinderen geïnterviewd over natuurkundige verschijnselen. Sommige kinderen werden een aantal jaren gevolgd, waarbij de onderzoeker steeds soortgelijke proefjes deed en hen vergelijkbare vragen voorlegde. Het materiaal dat hierbij gebruikt werd, was vaak heel simpel: spiegeltjes, een lampje, poppetjes, een periscoop.

Anne is vier jaar en twee maanden. De onderzoeker geeft hem een spiegeltje en vraagt wat hij ermee kan zien. Anne ziet zichzelf en de tekeningen op de muur achter hem. 'Kun je mij ook zien als je in de spiegel kijkt?' vraagt de onderzoeker, maar dat lukt Anne niet. Ook als de onderzoeker het spiegeltje pakt en het voor doet, begrijpt Anne eigenlijk niet hoe het kan. De onderzoeker vraagt hem dan om via het spiegeltje naar een zonnetje op een tekening te kijken. Anne weet geen raad met die vraag. Hij houdt het spiegeltje voor het zonnetje, zodat het zonnetje als het ware naar zichzelf kan kijken.

Marien is vijf jaar en vier maanden oud. Als de onderzoeker het spiegeltje op de tafel zet snapt Marien dat hij er de dingen in ziet die achter hem staan. De onderzoeker zet dan een Playmobil poppetje op tafel en bouwt een muurtje, zodat Marien het poppetje niet rechtstreeks kan zien. Marien heeft wat hulp nodig voordat het hem lukt het spiegeltje zo te zetten dat hij het poppetje toch kan zien. De onderzoeker bouwt er dan nog een muurtje bij. Marien weet nu het spiegeltje zo te schuiven dat hij het poppetje toch kan zien.

De voorbeelden laten zien hoe lastig het kan zijn om te begrijpen hoe een spiegel werkt. De video-opnames laten echter ook zien dat de kinderen de vragen interessant vinden en dat ze enthousiast experimenteren met het spiegeltje. Waarschijnlijk is het in een kleutergroep al voldoende om een losse spiegel neer te zetten en een paar vragen te stellen om kinderen uitgebreid aan het experimenteren te krijgen.

Om het idee van een kijklijn te introduceren - bij wat oudere kinderen - is een laserpen handig. Het lampje wordt in een vaste positie gezet en de kinderen wordt gevraagd een spiegeltje zo neer te zetten dat de straal via het spiegeltje naar een bepaald voorwerp gaat. Via draaien van het spiegeltje kan de straal op andere voorwerpen worden gericht. Zo'n experiment helpt kinderen om een concreter beeld te krijgen van wat een spiegel doet. Ze moeten dan in gedachten wel de situatie omdraaien: licht dat van een voorwerp komt valt via de spiegel in je oog.

afb.24: Marien en de spiegel.

afb.25: Waar staan de huizen op het eiland?

Wat ziet een ander?

Een andere manier om leerlingen te laten onderzoeken wat kijken is, is hen te vragen wat iemand anders kan zien.

> De kleuters zitten in de kring. Midden in de kring heeft de leerkracht een tafeltje gezet met daarop een beer. Op de voorkant van het t-shirt van de beer staat een grote letter B. 'Wie kan de letter zien?', vraagt ze. De kinderen in de ene helft van de kring steken hun hand op, maar sommige kinderen die achter de beer zitten doen dat ook. 'Kijk eens goed', zegt de leerkracht. 'Jullie weten dat de beer een letter op zijn buik heeft, maar kun je die nu ook zien?'Even later geeft ze opdrachten als: 'Zet de beer nu eens zo neer dat Maaike de letter kan zien', 'Draai de beer zo dat ik de letter niet kan zien'.
>
> De leerkracht zet een stuk karton rechtop naast de beer. Nu kan een deel van de kinderen de beer helemaal niet meer zien. Ze vraagt kinderen om iemand in de kring te noemen die de beer wel kan zien en iemand die hem niet kan zien.

Een variatie hierop is het laten experimenteren met een kijkdoos. Die van afbeelding 26 heeft een gat aan elke kant. De kinderen mogen de doos zelf inrichten. Daarna stelt de leerkracht vragen als: 'Door welk gaten kun je kijken als je de zonnebloem wil zien?' 'Door welk gat kun je kijken als je het gezichtje van het jongetje wil zien?'

De Grote Rekendag van 2004 geeft een voorbeeld van een taak voor oudere leerlingen. Hetzelfde eiland is van verschillende plekken op zee gefotografeerd en de leerlingen moeten aan de hand van de foto's uitzoeken waar de huizen op het eiland staan (afb.25).

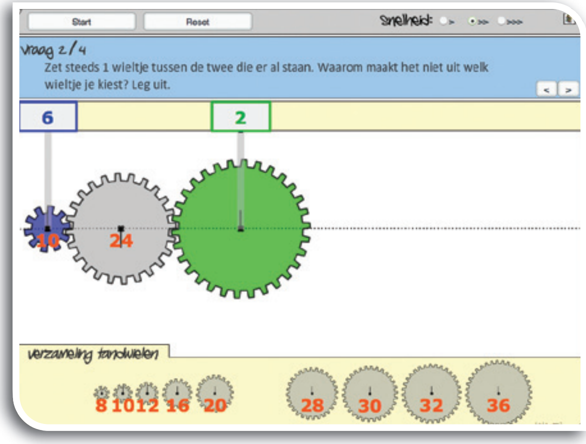
afb.26: Een kijkdoos met vier gaten.

Tandwielen

Bas is een jongen van elf jaar en 'verslaafd' aan Lego. Hij is gek op technisch Lego en weet dat je met tandwielen van verschillend formaat asjes langzamer of sneller kunt laten draaien. Hij weet ook dat als je een paar tandwieltjes tegen elkaar zet die om en om een andere draairichting krijgen. Maar ondank al zijn ervaring kan Bas niet precies uitleggen hoe het zit met de snelheid van tandwielen.
Tandwielen zijn een standaardonderwerp in de technieklessen op de basisschool. Daarbij wordt gebruik gemaakt van setjes tandwielen waar je hetzelfde mee kunt als met de tandwieltjes van Lego. Die hebben echter ook hetzelfde nadeel: je kunt wel zien dat het ene wieltje sneller gaat dan het andere, maar je weet niet hoeveel sneller.

Computerprogramma

Het computerprogramma 'Tandwielen' (www. rekenweb.nl) houdt precies bij hoe vaak een wieltje ronddraait. Je kunt er geen zweefmolen mee aandrijven, zoals met Legotandwieltjes, maar je kunt wel onderzoeken hoe ze werken. Voor de rekenles is het een prachtig voorbeeld van verhoudingen.
Bouwen met tandwieltjes gaat in het computerprogramma nog makkelijker dan met technisch Lego, want als je ze naar het middenvak sleept, gaan ze vanzelf keurig tegen elkaar staan. Het eerste en het laatste wieltje in de rij krijgen tellertjes in de bovenbalk die het aantal omwentelingen bijhouden, zie afbeelding 27.
Soms loopt het tellertje echter niet op maar af: 0, -1, -2, enzovoort. Dat gebeurt als een wieltje niet met de klok, maar tegen de klok in draait.



afb.27: Het computerprogramma tandwielen.

Draairichting

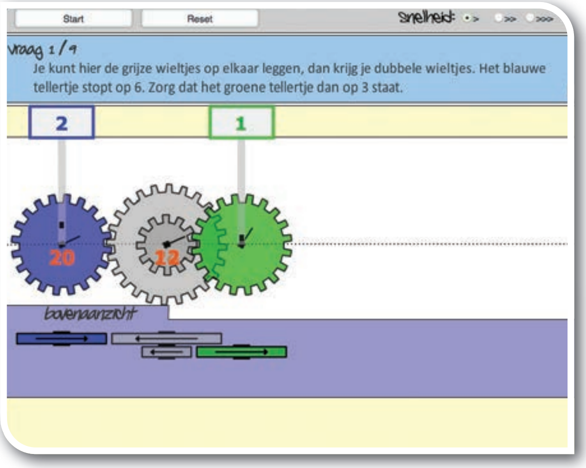
Wat valt er met zo'n programma te ontdekken? Op de eerste plaats wordt duidelijk hoe het zit met de draairichting van tandwielen. Het derde wieltje in afbeelding 27 draait net als het eerste wieltje met de klok mee, maar het wieltje in het midden draait de andere richting uit. Met twee wieltjes in het midden verandert de richting van het laatste wieltje. Met drie wieltjes in het midden draait het laatste wieltje weer met de klok mee, enzovoort.

Draaisnelheid

Vanuit het rekenonderwijs gezien is het vooral interessant hoe het zit met de snelheid van de wieltjes. Als je een wieltje met 10 tandjes een wieltje met 30 tandjes laat aandrijven, zoals in afbeelding 27, draait dat laatste wieltje drie keer zo langzaam als het eerste. Bas beschreef het verspringen zo: 'Het eerste tellertje wordt oneven en dan weer even. Dan pas gaat het andere tellertje verder'. Bas kon daarna ook bedenken dat een wiel met 8 tandjes vier keer sneller gaat dan een wiel met 32 tandjes.

De wieltjes in het midden

Het is verrassend om te ontdekken dat het er voor de snelheid van het laatste wieltje helemaal niet toe doet welke wieltjes er in het midden staan. Of er één wieltje staat of drie, en of het kleine wieltjes zijn of grote, het enige dat telt is de verhouding tussen het aantal tandjes van het eerste en het laatste wieltje. Kinderen moeten zoiets al experimenterend ontdekken; een lesje tandwielen op papier zou niet werken, maar met de computer kunnen allerlei samenstellingen worden uitgeprobeerd.



afb.28: Met twee tandwielen op hetzelfde asje kun je het volgende wieltje harder of zachter laten lopen.

Twee tandwieltjes op een asje

Maar als die tussenwieltjes er niet toe doen, waarom zitten er in een ouderwetse wekker dan zoveel tandwieltjes? Of: als je een tandwieltje 40 keer langzamer wil laten draaien dan een ander, kan dat dan alleen met een heel klein en een heel groot tandwiel? Het antwoord op die vragen is dat je ook twee tandwieltjes op hetzelfde asje kunt zetten.

Een voorbeeld staat in afbeelding 28. Het eerste en laatste wieltje zijn even groot, maar het asje in het midden heeft een tandwiel met 24 en een tandwiel met 12 tandjes. Het wieltje op het laatste asje zal daarom twee keer sneller draaien dan het eerste wieltje. Door er een extra asje met twee wieltjes tussen te voegen, zou je een versnelling met een factor 4 krijgen, en met nog zo'n asje een versnelling met factor 8. Op deze manier kun je met tussenwieltjes een heel grote versnelling maken.

afb.29: Experimenteren met de lichtsensor.

Licht meten

Computers kun je inzetten als meetapparaten. Speciaal voor het basisonderwijs is een sensor ontwikkeld - de '€sense' - waarmee leerlingen temperatuur, lichtintensiteit en geluidsintensiteit kunnen meten. Het is een klein doosje dat via de USB-ingang aan de computer kan worden gekoppeld (afb.30). Het Heeft een lensje, een microfoontje en een ingang voor een elektronische thermometer. Een voordeel van meten via de computer is dat de computer de meetgegevens kan bewaren en er bijvoorbeeld een grafiek van kan tekenen. Op de Grafiekenmaker-website is een aantal projecten te vinden waarbij gebruik wordt gemaakt van de €sense.

afb.30: De €sense sensor.

Als voorbeeld beschrijven we een onderzoek dat leerlingen kunnen uitvoeren rond licht. Er komen verschillende rekenaspecten bij aan de orde: zowel het maken van een grafiek als meetkundig redeneren. Begonnen wordt met een korte kennismakingsopdracht, want onze ervaring is dat leerlingen behoefte hebben om eerst eens wat te experimenteren met de sensor: Wat gebeurt er als ik mijn vinger op het lensje houd? Welk getal krijg ik als ik de sensor vlak bij een lamp houd? Als tweede stap worden leerlingen aan een gerichte opdracht gezet rond de vraag waarom je minder licht meet als je de sensor verder van een lamp houdt. Uiteindelijk kunt u leerlingen de ruimte geven om eigen onderzoeksvragen te formuleren en te onderzoeken.

Kennismakingsopdracht: wat zou je kunnen onderzoeken?

Begin met een kort gesprekje over licht en demonstreer de sensor. Laat zien dat het getal op het computerscherm - de hoeveelheid 'lux' - verandert als je de sensor anders houdt. Waarschijnlijk komen leerlingen al direct met allerlei suggesties: 'Juf, houd hem eens bij het raam' 'Stop hem eens in de prullenbak'. Het is waarschijnlijk handig om een laptop te gebruiken.

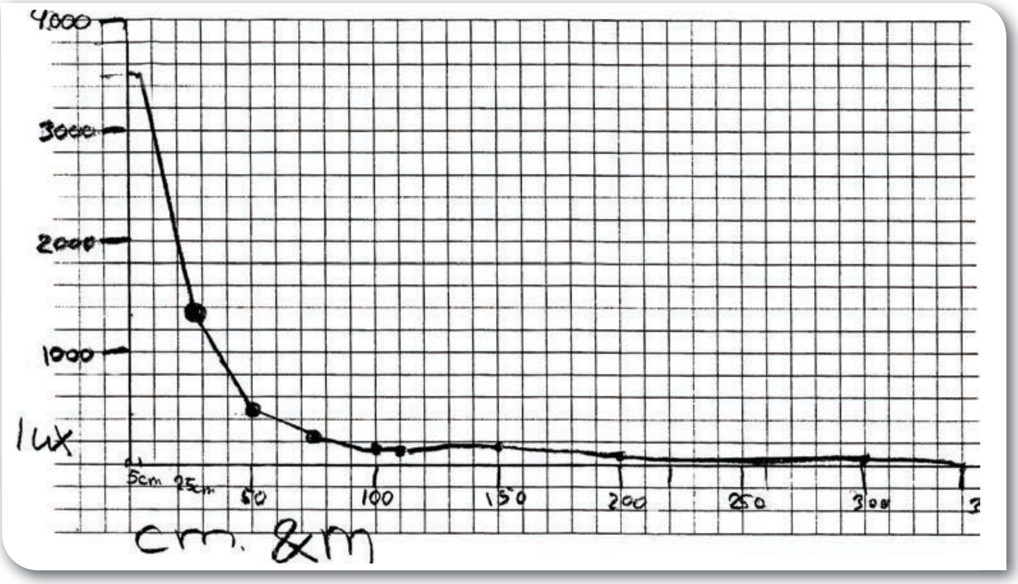
De opdracht voor het eerste onderzoekje kan heel open zijn: kies zelf wat je met de lichtmeter wilt meten, maar schrijf wel steeds op een blaadje wat je gemeten hebt en hoeveel lux het was. Leg naast de computer wat gekleurde blaadjes en doorzichtig papier neer om de kinderen op ideeën te brengen. Omdat de school waarschijnlijk maar over één of twee sensoren zal beschikken,zullen de leerlingen de opdrachten zelfstandig in groepjes moeten uitvoeren. Twintig minuten per groepje is voldoende voor zo'n eerste opdracht.

Bij het uitproberen van de activiteiten zagen we grote verschillen tussen de kinderen. De meeste kinderen probeerden van alles uit, zoals: Hoeveel lux meet je door het raam? Hoeveel lux blijft er over wanneer we de rolgordijnen dicht doen? Hoeveel licht komt er van het computerscherm? Hoeveel licht komt er door een wc-rol? Hoeveel licht meet je als je de sensor in je open mond stopt? Alle kinderen probeerden uit hoe ze de meter op nul konden krijgen en er was een groepje dat zich afvroeg of je de meter ook op een negatief getal zou kunnen krijgen.

Er waren ook kinderen die direct aan een serieus onderzoekje begonnen. Vicky en Jorrit, bijvoorbeeld, hielden verschillende kleuren crêpepapier voor de sensor en noteerden hoeveel daglicht er dan nog door kwam. Nadat ze gemeten hadden hoeveel licht er door zwart, groen, rood, blauw en geel crêpepapier kwam, probeerden ze systematisch combinaties uit: zwart-groen, zwart-rood, zwart-blauw, enzovoort. Verschillende groepjes kwamen op de vraag, welk verschil de afstand tot de lamp maakte. Een van de groepjes ging het licht van de tl-buis op verschillende hoogten meten: vlak bij de grond, op één meter, op twee meter en vlakbij de lamp.

Meetopdracht: hoe verder weg, hoe minder lux

De meeste kinderen zullen bij het experimenteren merken dat het er blijkbaar toe doet hoe ver je de sensor van een lamp houdt. De vraag voor de tweede ronde gaat daar over. Het is goed om als inleiding kort te inventariseren welke verklaringen leerlingen er voor hebben, maar ga er nog niet te diep op in.



afb.31: Een leerling uit groep 7 tekende deze grafiek over de relatie tussen afstand en gemeten lichthoeveelheid.

Het proefje moet worden gedaan in een ruimte die enigszins verduisterd kan worden, want anders is het licht van de zon een storende factor. Nodig zijn: de computer met sensor, een vrij felle lamp en een rolmaat of bordlineaal. Op het werkblad staat beschreven dat elk groepje minstens tien metingen moet doen, met de sensor op verschillende afstanden van de lamp. Onze ervaring is dat het leerlingen twintig tot dertig minuten kost om die meettaak uit te voeren. De verwerking van de gegevens kunnen leerlingen aan hun tafeltje doen. Voor leerlingen van groep 7/8 staan op het werkblad wel de assen van een grafiek getekend, maar niet de getallen. U kunt de leerlingen helemaal vrij laten in wat voor grafiek ze willen tekenen. Voor de leerlingen van 5/6 staan er al getallen bij de assen, wat de opdracht eenvoudiger maakt.

Door het proefje wordt het voor alle leerlingen duidelijk dat de hoeveelheid gemeten licht heel sterk afneemt met de afstand ten opzichte van de lamp. De leerlingen merken dat al bij het meten - vaak tot hun verbazing - en het wordt in de grafieken nog eens expliciet in beeld gebracht.

Klassengesprek: waarom maakt afstand verschil?

Veel kinderen verwachten dat als je van één naar twee meter gaat de gemeten lichthoeveelheid twee keer zo klein wordt, maar dat is niet zo. In feite neemt het aantal lux als je van de lamp weg gaat eerst heel snel af en daarna langzamer; om precies te zijn: de hoeveelheid lux neemt af met het kwadraat van de afstand. Dat komt omdat het gaat om de hoeveelheid licht per oppervlakte en op een twee keer zo grote afstand wordt het licht verspreid over een vier keer zo groot oppervlak.
Waarom het verband precies zo is, is op zich niet zo belangrijk; voor kinderen is de vraag waarom de gemeten lichthoeveelheid sowieso afneemt met de afstand al lastig genoeg.
Sybrand, bijvoorbeeld, zoekt de verklaring in de goede richting, maar erg helder is zijn uitleg niet:

> 'Als je bijvoorbeeld voor een boom staat dan is'ie gewoon heel groot, maar als je verder weg gaat dan wordt'ie steeds kleiner. Dat is eigenlijk ook zo bij licht, want als je dichtbij bent dan hoeft'ie minder ver te komen om naar je ogen toe te komen en als je ver weg bent dan wordt het dus verder.'

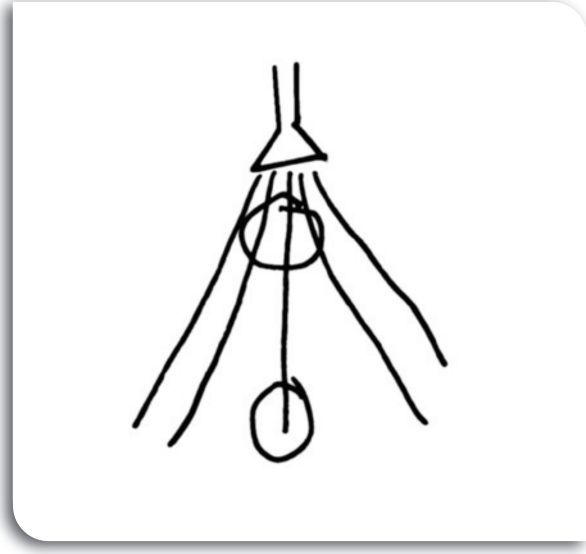
Andere kinderen komen met vergelijkingen. Het is bijvoorbeeld net zoiets als het briesje dat een ventilator maakt: dichtbij voel je het goed, maar verderop nog maar een beetje. Of het lijkt op wat er gebeurt als je een steen in het water gooit: eerst krijg je heel sterke golfjes en verderop worden de ze steeds kleiner. Echte verklaringen zijn dat nog niet, want waarom wordt de golf verderop kleiner?

Het draait in feite om de spreiding van het licht. Veel kinderen denken wel in die richting, maar kunnen het niet goed onder woorden brengen. Een kind in groep 5/6 zei bijvoorbeeld dat de stralen ‘dunner’ worden. Er kwamen in de gesprekken echter ook schitterende meetkundige verklaringen naar voren. Lucia uit groep 5 geeft een goede verklaring. Ze tekent de stralen van de douche en twee keer een hoofd onder die douche (afb.32) en legt uit:

> ‘Als je hier staat (bovenaan) dan vang je ze nog bijna allemaal op, maar als je hier staat (onderaan) dan vang je er nog maar één op.’

In groep 7/8 legt Marijne het op het bord uit door de lamp te tekenen als een punt met daar een paar cirkels omheen. Het verspreiden van het licht geeft Marijne aan door de binnenste cirkel met heel veel golfjes te tekenen en de volgende cirkels steeds gladder, alsof het licht zich uitvouwt over de grotere cirkel.

> ‘Dat licht verspreidt zich verder door de kamer, maar het blijft dezelfde hoeveelheid licht. (...) Dus dat wordt steeds een beetje minder licht. Dus als je verder weg gaat staan dan is het licht veel meer verspreid.’

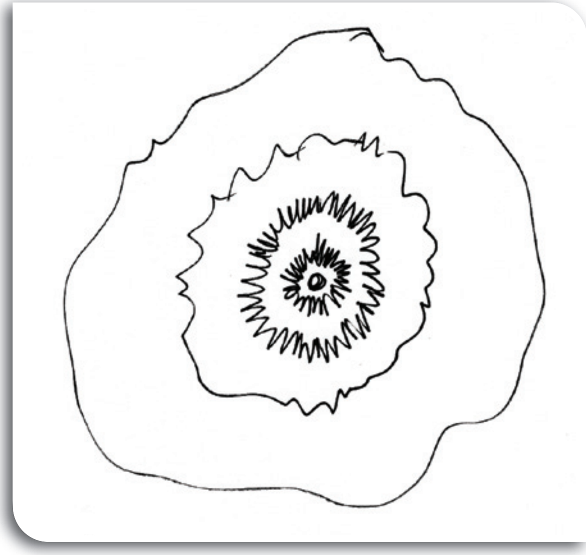


afb.32: Als de douche vlak boven je hoofd staat vang je meer aterstralen dan lager; zo is het ook bij licht. Tekening van Lucia.

Meten

Licht, temperatuur en geluid zijn basale natuurkundige verschijnselen. Kinderen weten er al heel wat over, niet alleen vanuit hun eigen ervaringen, maar ook omdat erover verteld is en ze erover gelezen hebben. Toch is het niet moeilijk om vragen te verzinnen waardoor kinderen zich af gaan vragen of ze wel precies begrijpen hoe het zit. Sterker nog, die vragen kunnen kinderen ook zelf verzinnen.

Het meten maakt aspecten van de natuurkundige verschijnselen concreet en roept ook zelf allerlei vragen op. Een sensor zoals de €sense biedt kinderen de mogelijkheid om tientallen proefjes te doen, proefjes die anderen al bedacht hebben en proefjes die ze zelf bedenken. De proefjes zelf zijn echter maar een deel van het verhaal, het gaat vooral om de gesprekken daarna, en om de ideeën die kinderen hebben over zo’n alledaags verschijnsel als licht.



afb.33: Licht verspreidt zich. Tekening van Marijne.

De getallen van Fibonacci

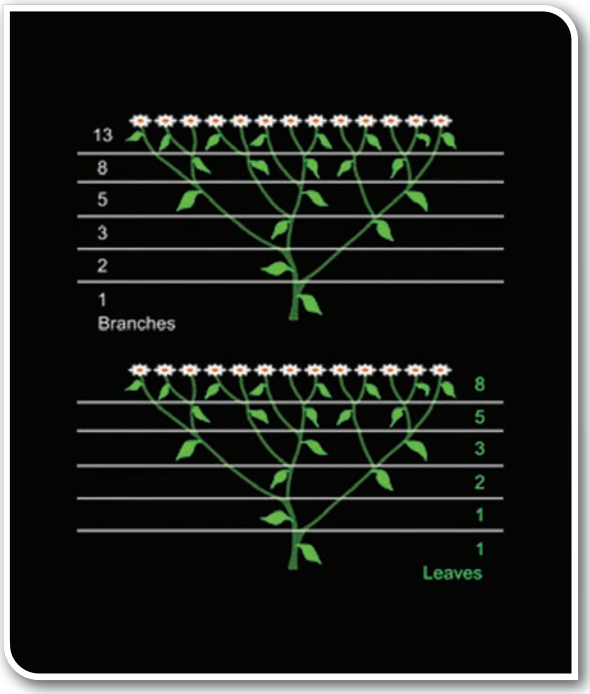
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

Wat is het volgende getal in deze reeks? Het zal niet zoveel moeite kosten om de regel te vinden: elk getal is de som van de twee voorgaande getallen. Je begint met 1 en 1 en daarna tel je steeds op: 1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, 3 + 5 = 8, ... Het is een reeks met allerlei bijzondere wiskundige eigenschappen, genoemd naar de Italiaanse wiskundige Fibonacci die rond het jaar twaalfhonderd een boek schreef over het rekenen - 'Liber Abacci' - dat gaat over praktische zaken als het omrekenen van bedragen in andere munteenheden, maar waarin ook deze getallenreeks ter sprake komt. Fibonacci was, tussen haakjes, een van de eerste Europeanen die getallen schreef met de cijfers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9, onze 'hindoe-arabische' cijfers.

Wat voor ons hier interessant is, is dat je in de plantenwereld overal de getallen van Fibonacci terugvindt. Bijvoorbeeld:

- Laat kinderen allerlei verschillende bloemen meenemen naar school en het aantal bloemblaadjes tellen. Het getal dat ze vinden is er vast een uit de reeks van Fibonacci.
- De manier waarop planten zich vertakken, weerspiegelt vaak de reeks van Fibonacci, zowel in het aantal vertakkingen als in het aantal bladeren (afb.34).
- De zaden van zonnebloemen liggen in een patroon waarin je twee soorten spiralen kunt zien, naar rechts en naar links draaiend. Als je ze telt - naar links en naar rechts - vind je twee opeenvolgende Fibonaccigetallen. Hetzelfde geldt voor de schudden van dennenappels (afb.35).

Op de spiralen gaan we straks uitgebreider in, want daarin ligt een verklaring voor deze Fibonacci-regelmaat. Eerst moeten we nog wat wiskunde doen.

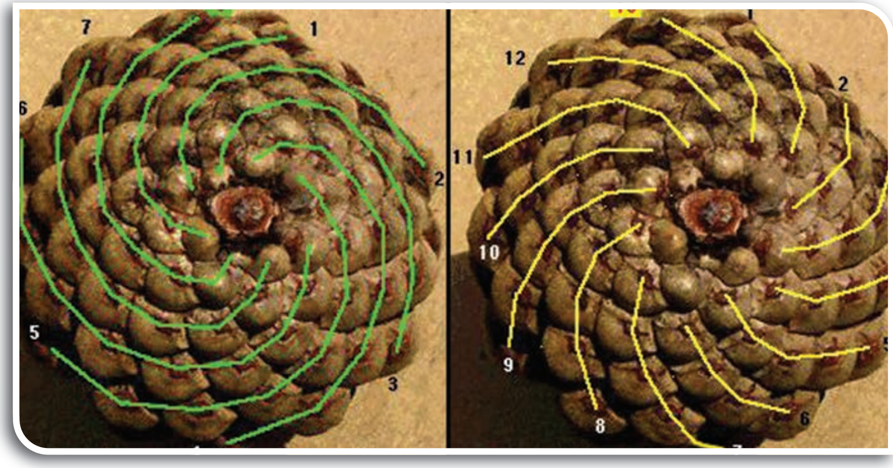


afb.34: Het aantal takken en het aantal bladeren bij een plant weerspiegelt vaak de reeks van Fibonacci.

De gulden snede

Wanneer we een getal uit de reeks van Fibonacci delen door het grotere getal ernaast krijgen we steeds ongeveer hetzelfde getal, een getal in de buurt van 0,62. Als we grotere getallen nemen komt de uitkomst steeds dichter bij 0,6180339887... De verhouding van 0,6180339887... tot 1 heet de 'gulden snede'.

We hebben puntjes achter het getal gezet, omdat het een oneindig aantal decimalen heeft, waar bovendien geen enkele regelmaat in te ontdekken is. Het is in dat opzicht net zo'n getal als π, het getal van de omtrek en oppervlakte van een cirkel. Dat er geen regelmaat is betekent dat de getallen niet als een breuk van gehele getallen zijn te schrijven. We noemen zulke getallen 'irrationaal'. Kijk ter vergelijking eens naar breuken als 1/3 en 1/7. Wanneer je 1/3 schrijft als een kommagetal krijg je ook een getal met een oneindig aantal cijfers (0,3333....), maar dat zijn allemaal drieën. Wanneer je 1/7 omzet in een kommagetal krijg je 0,14285714285714 ... en daar zit de regelmaat in van 142857.



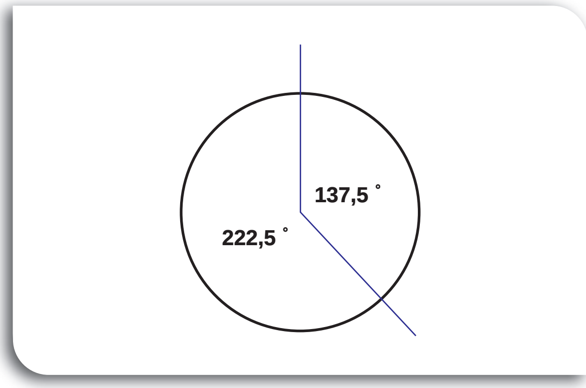
afb.35: Spiralen op een dennenappel. Als je het aantal spiralen naar links en naar rechts telt vind je twee opeenvolgende Fibonaccigetallen.

We kunnen bij de getallen van Fibonacci trouwens ook andersom rekenen en een getal uit de reeks delen door zijn kleinere buurman. Vanzelfsprekend vinden we dan weer een vaste verhouding, maar heel bijzonder is in dit geval het getal dat daar bij hoort, namelijk 1,6180339887... Die tweede deling levert dus hetzelfde getal als de eerste deling, plus 1. Het getal 1,618 wordt aangeduid met de Griekse letter φ, 'phi'.

Kinderen op de basisschool hoeven dit niet allemaal te weten, maar we kunnen wel vertellen over de 'gulden snede' en dat er een relatie is met de getallen van Fibonacci. Ook de gulden snede komt overal in de natuur voor. Architecten en andere vormgevers gebruiken hem vaak in hun ontwerpen, omdat het zo'n mooie verhouding is.

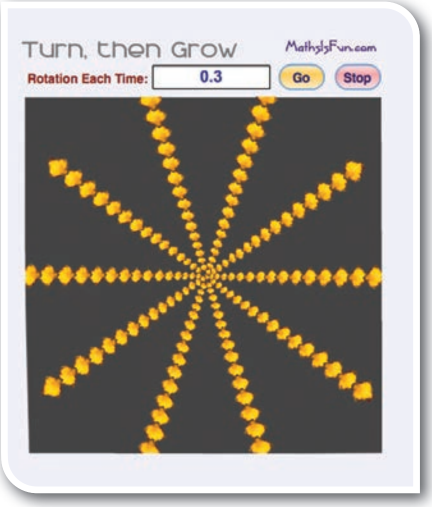
Spiralen

Bij de 'gulden snede' hoort de 'gouden hoek'. Wanneer we een hele draai van 360 graden opdelen volgens de verhouding van de gulden snede krijgen we de twee hoeken van afbeelding 36. De ene hoek is iets meer dan 137,5 graden, de ander e iets minder dan 222,5 graden. In een zonnebloem en een dennenappel zitten opeen-volgende zaden of schubben onder die 'gouden' hoek van iets meer dan 137,5 graden en dat leidt tot een heel compacte ordening. In feite kunnen we het beter andersom formuleren: de groeiende zaden of schubben zoeken allemaal zoveel mogelijk ruimte en het resultaat is een compacte ordening met hoeken van 137,5 graden.



afb.36: De 'gouden hoek' - een cirkel verdeeld volgens de 'gulden snede'.

Op internet zijn verschillende simulaties te vinden die laten zien dat er met de 'gouden hoek' inderdaad een compacte ordening ontstaat. Bij de simulatie van de afbeeldingen 37 en 38 (mathsisfun.com) kun je zelf een getal kiezen voor de draai die de computer maakt voordat hij het volgende zonnebloemzaadje plaatst. Je geeft in dit geval niet een hoek op, maar het zoveelste deel van een hele draai. Een hele draai is dan 1. Met 0,3, bijvoorbeeld, geef je aan dat het volgende zaadje op 3/10 van een hele draai moet worden neergezet, dat is na een hoek van 0.3 x 360, dus 108 graden. Uiteindelijk leidt 0,3 tot een afbeelding met tien armen (afb.37).
De getallen 0,1 en 0,9 leiden tot dezelfde afbeelding, maar daarbij is goed te zien dat elk volgend zaadje op de arm ernaast wordt gezet.
Pas wanneer je een getal kiest dat in de buurt komt van de gulden snede krijg je een plaatje dat op de ordening van zonnebloemzaden en dennenappels lijkt. Voor een plaatje als dat van afbeelding 38 kun je 0.382 kiezen of 0.618 (in graden: een hoek van 137,5 of 222,5 graden).



afb.37: Computersimulatie voor het rangschikken van zaden in een bloem. Het volgende zaadje is steeds gelegd na een rotatie van 0,3 van een hele draai.

afb.38: Het volgende zaadje is nu gelegd na 0,382 van een hele draai.

Het computerprogramma biedt leerlingen interessante mogelijkheden om te experimenteren met getallen en om te ontdekken dat 0,618 een bijzonder getal is. Daarbij moet de kanttekening worden gemaakt dat het programma niet laat zien hoe de zonnebloem feitelijk groeit, want in het computerprogramma worden nieuwe zaden aan de rand geplaatst, terwijl een zonnebloem vanuit het midden groeit. De nieuwe zaden die er daar bij komen drukken de oudere zaden naar buiten toe. Hiervan zijn simulaties te vinden op Youtube.

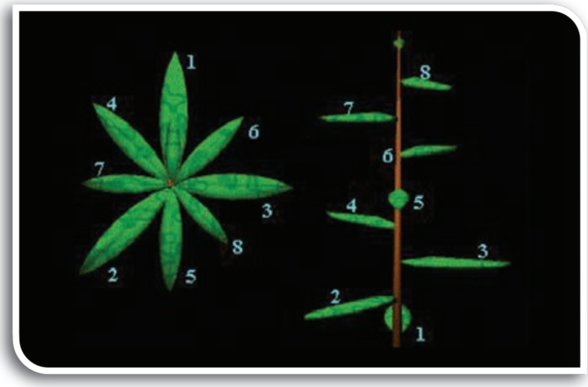
afb.39: Het hart van een zonnebloem heeft net zulke spiralen als een dennenappel.

Ook bladeren en bloemblaadjes groeien zo

Dat er in de plantenwereld zoveel Fibonaccigetallen te vinden zijn komt omdat andere groeiprocessen veel gemeen hebben met de groei van een zonnebloem. Zo groeien opeenvolgende bladeren van een plant vaak met een hoek van 137,5 graden ten opzichte van elkaar (afb.40). Een voordeel voor de plant is dat de bladeren elkaar zo min mogelijk in de weg zitten bij het opvangen van zonlicht.

Anders kijken naar de natuur

Spelen met de Fibonaccigetallen en de gulden snede laat kinderen naar de natuur te kijken met een wiskundige bril. In het materiaal voor de Grote Rekendag 2006 zijn activiteiten te vinden voor de bovenbouw rond Fibonacci.



afb.40: De bladeren van een plant van boven af en van de zijkant gezien Tussen opeenvolgende bladeren zit steeds een hoek van ongeveer 137,5 graden. (of 222,5 graden van de andere kant gerekend)

Zon en schaduw

Kinderen weten al heel jong dat hun schaduw niet altijd hetzelfde is: soms is hij kort, soms is hij langer. Door leerlingen te laten onderzoeken hoe schaduwen veranderen in de loop van de dag roepen we vragen op over de beweging van de zon en de aarde ten opzichte van elkaar. Een groot deel daarvan zijn meetkundige vragen.

Wanneer we schaduwen als startpunt nemen, koppelen we onderwerpen als het draaien van de aarde en de seizoenen aan een concreet waar te nemen verschijnsel. Waarschijnlijk blijkt dan dat die onderwerpen lastiger zijn dan ze misschien lijken. In de bovenbouwklassen waar we lessen uitprobeerden, verslikten bijna alle kinderen zich in verhalen over het draaien van de aarde, over de baan om de zon, over de afstand tussen aarde en zon, enzovoort. Ook al waren deze onderwerpen op school al verschillende keren aan de orde geweest en ook al hadden de kinderen er via televisie over geleerd, toch kon bijna niemand precies vertellen hoe het zat.

Ook voor kleuters is schaduw een interessant verschijnsel. Met hen kun je bespreken wat een schaduw eigenlijk is, en je kunt ze bijvoorbeeld laten experimenteren met een lamp. De constatering dat de zon ook een soort lamp is en dat de zon niet op dezelfde plek blijft staan is voor kleuters al bijna genoeg.

afb.41: Blijft je schaduw de hele dag hetzelfde?

afb.42: De schaduw van een stok onderzoeken.

Schaduwen onderzoeken

Geef kinderen op een zonnige dag stoepkrijt en laat ze elkaars schaduw omtrekken. Dat is een meetkundig rijke activiteit die bijvoorbeeld de vraag kan oproepen of langere kinderen ook een langere schaduw hebben. Ons gaat het er echter vooral om dat kinderen zullen merken dat hun schaduw één of twee uur later niet meer past in de stoepkrijttekening. De richting en de grootte is veranderd. Hoe verklaar je dat?

Stel de klas voor om het nog eens preciezer te onderzoeken door buiten een stok neer te zetten en dan een hele dag te volgen wat er met de schaduw van die stok gebeurt. Laat eerst voorspellen wat er zal gebeuren. Hoe zal de richting van de schaduw veranderen? Verandert ook de lengte?

Voor het onderzoekje heeft u een onbewolkte dag nodig en een grasveldje of een stuk schoolplein dat de hele tijd in de zon zal staan. Zet 's morgens een lange bamboestok in de grond, of in een parasolstandaard en stuur elk half uur een paar kinderen naar buiten om de lengte en de richting van de schaduw vast te leggen. Op het schoolplein kan de schaduw met krijt worden overgetrokken; op een grasveldje kan met tentharingen een touwtje worden gespannen. Laat de leerlingen het precieze tijdstip erbij zetten, met krijt of op een briefje.

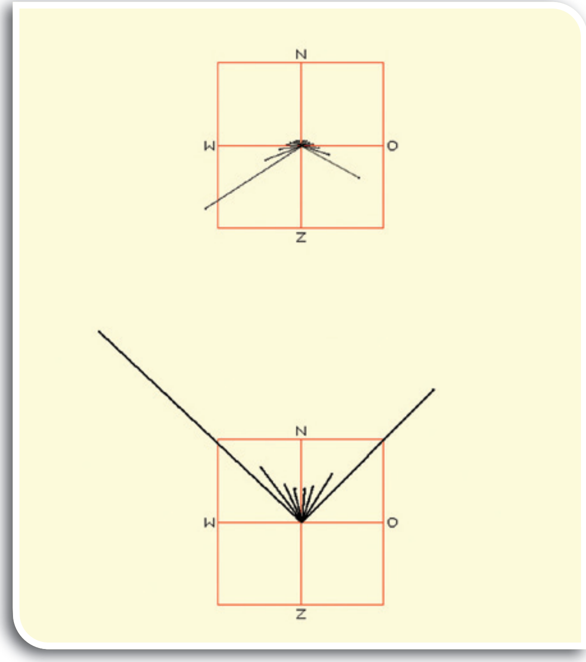
Aan het eind van de schooldag kijkt u met de klas wat het experiment heeft opgeleverd. Wanneer u het onderzoekje doet met leerlingen van de bovenbouw kunt u hen vragen om de lengte van de schaduwen op te meten met een centimeter en de richting met een kompas.

De richting verandert

Uit de schaduwen valt af te lezen waar de zon op een bepaald moment stond, namelijk precies aan de andere kant. Zet een kind op de plaats van de stok en laat hem of haar aanwijzen hoe de zon langs de hemel beweegt.

Met wat oudere kinderen kunt u de richtingen vergelijken met die op een kompas en vaststellen dat de zon ongeveer in het oosten opkomt en ongeveer in het westen ondergaat. Het zou interessant zijn als u het precies zou kunnen meten - het valt natuurlijk buiten de schooltijden - want de zon gaat bijna nooit precies in het oosten op en gaat bijna nooit precies in het westen onder. In de zomer is het eerder het noordoosten en noordwesten en in de winter het zuidoosten en zuidwesten (afb.43).

Ongetwijfeld zullen veel leerlingen weten dat er dag en nacht is omdat de aarde om zijn as draait, en dat het alleen maar lijkt alsof de zon beweegt. De kans bestaat dat het gesprek vanaf dit punt wat chaotisch wordt, want de aarde draait niet alleen om zijn as, maar hij draait ook om de zon, en wat veroorzaakt dan wat?



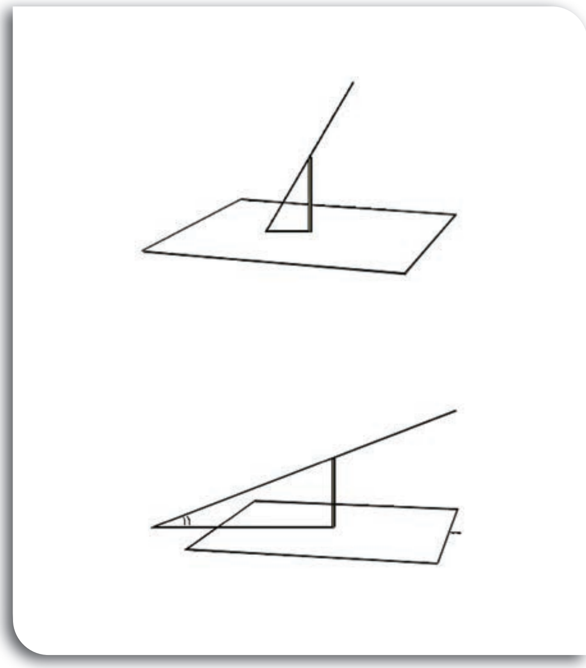
afb.43: Schaduw van een stok in de zomer en de winter.

De lengte verandert ook

Het onderzoekje met de stok laat zien dat ook de lengte van de schaduw in de loop van een dag verandert. Veel kinderen weten dat al, maar weten ze ook hoe de schaduw precies verandert? Toen we in een groep 7 de schaduw rond twaalf uur 's middags lieten voorspellen leverde dat veel discussie op. Volgens een deel van de klas zou er om twaalf uur 's middags helemaal geen schaduw zijn, want dan staat de zon recht boven je. Volgens andere leerlingen was dat alleen maar zo op de evenaar, of in ieder geval in tropische landen. Bij het uitproberen op het schoolplein bleek dat de schaduw nooit helemaal verdween.

Een belangrijke vraag is waarom de schaduw van de stok korter wordt als de zon 'hoger' staat. Vraag kinderen of ze daar een tekening van kunnen maken. Het zou tekeningen op kunnen leveren als die van afbeelding 44. In wiskundetermen kun je zeggen dat de hoek die de zonnestralen met de aarde maken groter wordt. Schaduw is een interessante context voor het begrip 'hoek'.

Hoe lang is een schaduw bij zonsopgang en zonsondergang? Op het strand is mooi te zien dat je schaduw heel erg lang kan worden. Bij zonsondergang wordt hij langer en langer - bijna oneindig lang - en dan verdwijnt hij.

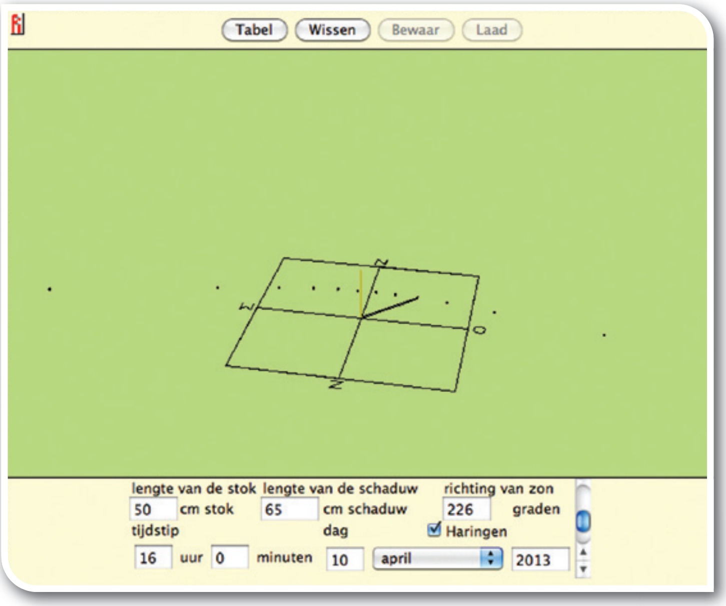


afb.44: De hoek die de zonnestralen maken als de zon hoog of laag aan de hemel staat.

Computerprogramma

Zo'n simpel experiment rond de schaduw van een stok kan lastige vragen oproepen. Waarom is er ook om twaalf uur 's middags een schaduw? Kan de schaduw van een stok op de evenaar wel heel klein worden? Hoe zit het op de Noord- en de Zuidpool? Een andere vraag, die er toch veel mee te maken heeft, is: zijn schaduwen in de zomer anders dan in de winter?

We vinden niet dat alle kinderen dergelijke vragen moeten kunnen beantwoorden, maar voor leerlingen die zich er in willen verdiepen is er het computerprogramma 'Zon en schaduw'. Met dat programma kun je voor elke dag van het jaar en voor verschillende plaatsen op aarde opzoeken hoe lang de schaduw van een stok die dag zal zijn en welke richting hij heeft (afb.45)



afb.45: De computersimulatie van het experiment met de stok.

Waarom is het in Marokko warmer?

Uw antwoord is waarschijnlijk: 'In Marokko staat de zon bijna recht boven je, in Nederland staat de zon veel lager'. Dat klopt, maar waarom maakt dat het warmer? Is het de afstand, ben je daar dichter bij de zon? Wanneer u zich realiseert dat de afstand van de aarde tot de zon bijna 150.000.000 kilometer is, weet u dat dat niet het goede antwoord kan zijn; op die enorme afstand kunnen de kilometers minder voor Marokko niet zo veel verschil maken.

Veel kinderen denken inderdaad dat het in Marokko warmer is omdat dat land 'dichter bij de zon' is. Jesse, uit groep 6, maakte de tekening van afbeelding 46. Het vakje bovenaan op de aarde is een tropisch land en de zwarte punt is Nederland. Zijn uitleg was:

> 'Omdat zij daar dichter bij de zon staan en wij zitten dan een beetje aan de zijkant.'

Melissa uit groep 8 maakte de tekening van afbeelding 47 en kwam met een prachtige vergelijking, al klopt haar verklaring niet:

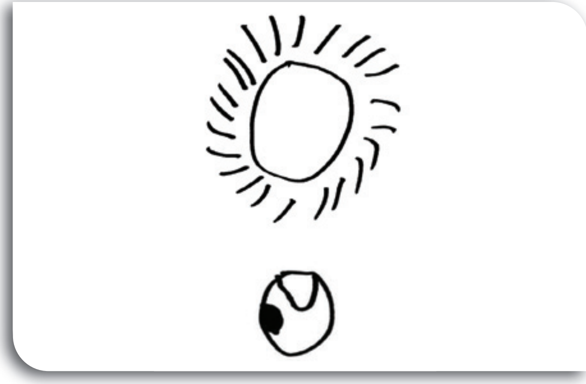
> 'Dat is hetzelfde als je de staat oversteekt. Dan moet je die ook recht oversteken en niet schuin, want als je hem schuin oversteekt doe je er langer over. Dat is net zo als met de zon en de aarde. De zonnestralen leggen een langere weg af als ze schuin lopen naar de aarde. Dan koelen ze wat af.'

Zomer en winter

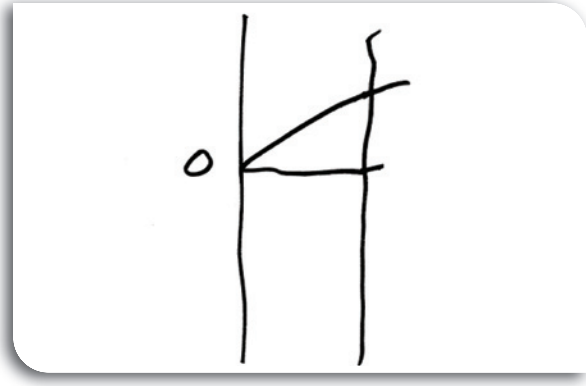
We vroegen de kinderen ook naar het verschil tussen zomer en winter, want daarbij gaat het in feite om hetzelfde probleem. De meeste kinderen geven dezelfde verklaring: in de zomer is de afstand tot de zon kleiner.

Melissa (afb.48) weet dat zomer en winter te maken heeft met de stand van de aarde. De zon staat in de zomer meer recht boven je. Toch komt haar uitleg er uiteindelijk op neer dat het in de zomer warmer is, omdat de zon dichterbij staat. In haar tekening, die op geen enkele manier op schaal is, zou de afstand inderdaad verschil kunnen maken.

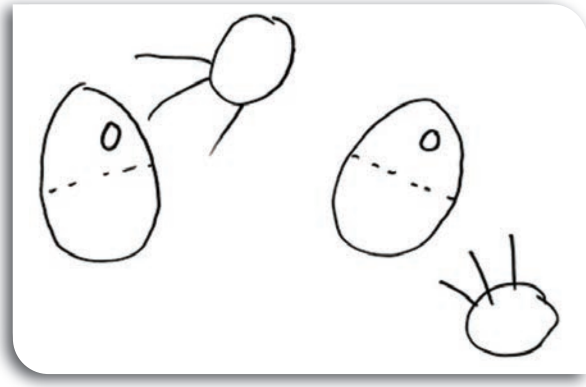
Een heel bijzondere uitleg voor het verschil tussen zomer en winter heeft Toon (afb.49). De aarde maakt in een jaar een cirkel en als de aarde ver weg staat is het winter. Er zou op zich niet veel tegen in te brengen zijn, behalve dat, zoals zijn vriendje Jurriaan opmerkt, de aarde om de zon draait.



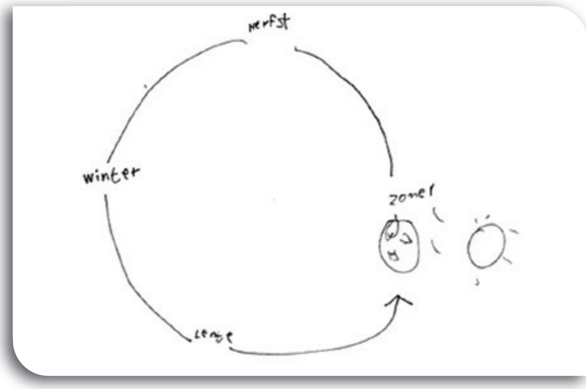
afb.46: Jesse.



afb.47: Melissa.



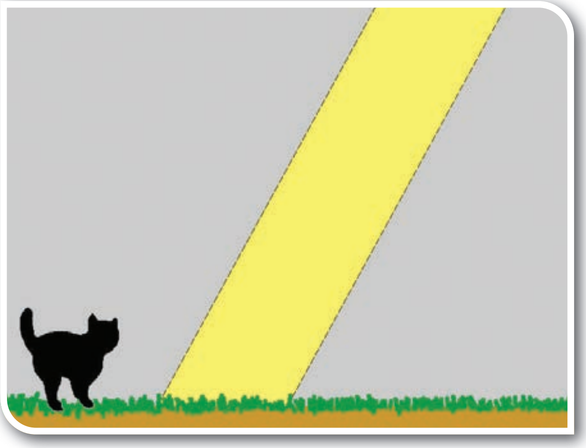
afb.48: Melissa.



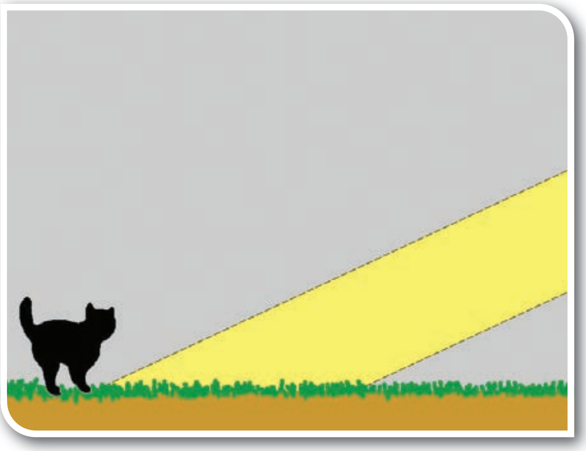
afb.49: Toon.

Niet afstand, maar oppervlakte

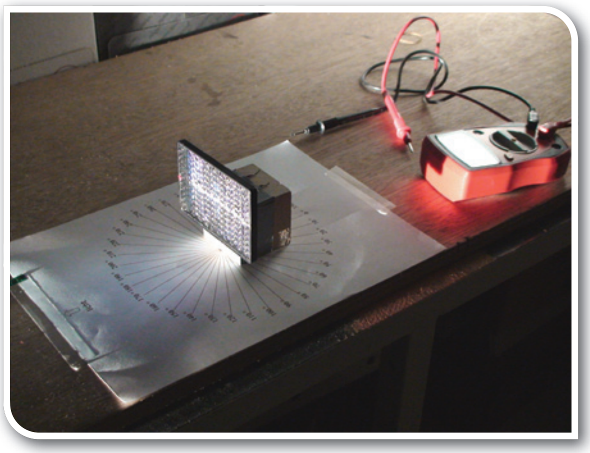
Bij de verklaring voor warmte en kou draait het om oppervlakte. De tekeningen van afbeelding 50 en 51 kunnen dat verduidelijken. In de winter staat de zon laag aan de hemel en dan wordt het licht van een bundel zonlicht over een groot oppervlak verspreid. In de zomer staat de zon hoog en dan komen alle stralen van zo'n zelfde bundel op een veel kleiner stukje terecht. U kunt het met een zaklantaarn nadoen. Zoek er een die een kleine, gerichte bundel afgeeft. Als je hem recht boven de vloer houdt zie je een cirkel, maar hou je de zaklantaarn schuin dan zie je een ovaal en die ovaal is groter dan de cirkel. Dezelfde bundel licht wordt dus over een groter gebied verdeeld.



afb.50: Een bundel zonlicht in Nederland op 21 juni.



afb.51: Een even brede bundel zonlicht in Nederland op 21 december.



afb.52: Meten van de stroom die een zonnecel levert bij verschillende invalshoeken.

Het proefje met de zaklantaarn is overigens niet helemaal correct, want de zaklantaarn zou eigenlijk een evenwijdige bundel licht moeten geven. De zonnestralen die op de aarde vallen zijn - door de enorme afstand tussen aarde en zon - praktisch gezien evenwijdig. Het is moeilijk om je dat voor te stellen, want we weten ook dat de zon, net als een lamp, alle kanten op straalt. Het leidt bij kinderen tot tekeningen die aanleiding geven tot misverstanden, want ze tekenen de zon, net als Melissa, (afb.48) veel te dicht bij de aarde.

Wat het redeneren over zonlicht vooral zo lastig maakt is dat als de zon schijnt, hij ook overal schijnt. Om te kunnen redeneren over oppervlakte - om precies te zijn, over de hoeveelheid straling per oppervlakte - moet je in gedachten uit al dat zonlicht een bundel isoleren en dan redeneren over wat er met zo'n bundel gebeurt in verschillende seizoenen of op verschillende plekken op aarde. Dat is zo'n ongewone denkstap dat de meeste mensen een paar dagen na de demonstratie met de zaklantaarn en ondanks het 'aha-gevoel 'van het moment, al niet meer zullen kunnen uitleggen hoe het zit.

Stroom uit een zonnecel

In een proefje met een zonnecel kunt u het effect van de hoek van inval ook laten opmeten. Neem een losse zonnecel en een stroomsterktemeter en laat kinderen uitzoeken wat er gebeurt als ze de hoek van het invallende licht veranderen. Het experimentje moet gedaan worden in een ruimte die redelijk verduisterd kan worden gemaakt. Een oud dia-apparaat is een goede lichtbron (afb.52).

Deel 3

Grafieken

- Grafieken als onderzoeksgereedschap
- Grafieken in soorten
- Langere kinderen, grotere stappen?
- Zelf een grafiek bedenken
- Verandering onderzoeken met grafieken
- Nawoord

Grafieken als onderzoeksgereedschap

In echt onderzoek speelt meten meestal de hoofdrol; onderzoeksartikelen staan vol tabellen en grafieken met kwantitatieve gegevens. Ook aan de vragen die basisschoolleerlingen kunnen onderzoeken, komt vaak meten te pas.

- Hoe sterk is de brug die jullie gemaakt hebben? Knoop een touw met een emmer aan de brug en doe steeds meer melkpakjes in de emmer.
- Laat een autootje van een schuine plank rijden en kijk of het verschil maakt hoe schuin de plank staat. Hoe ver rijdt het autootje door na de plank?
- Drijven en zinken in de bovenbouw: Hoeveel weegt het voorwerp? Wat is het volume?
- Zon, wind, regen. Is het 's middags altijd warmer? Wordt het koeler als het regent? Waait de wind altijd in dezelfde richting?

Wanneer onderzoek een heleboel gegevens oplevert, zijn tabellen en grafieken handige hulpmiddelen om die te ordenen. Dit is het gebied waar het vak rekenen-wiskunde en het vak wetenschap & techniek elkaar heel direct overlappen. Omdat het zo'n belangrijk onderwerp is, besteden we in dit derde deel apart aandacht aan grafieken en aan de vraag hoe we kinderen de wiskundige ideeën waarop ze berusten kunnen leren.

afb.53: Een poster maken met de onderzoeksresultaten.

Grafieken in soorten

Een grafiek is een manier om kwantitatieve gegevens overzichtelijk weer te geven. Vaak helpt zo'n grafiek om structuur te gaan zien in een serie metingen: neemt iets af in de loop van de tijd, of neemt het juist toe? Hoe snel verloopt die af- of toename? Een grafiek geeft de relatie weer tussen twee of meer variabelen. Wanneer we de lengte van een zonnebloem elke week opmeten en die lengte uitzetten tegen de tijd zijn die variabelen lengte en tijd. Grafieken met tijd als een van de variabelen komen veel voor, maar in principe kan elke variabele in een grafiek worden gebruikt

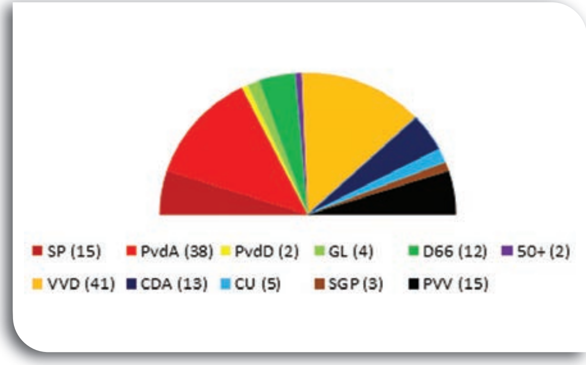
Er zijn allerlei soorten grafieken. Staafgrafieken, lijngrafieken en cirkeldiagrammen zijn het meest gebruikelijk. De vraag welke grafiek het meest geschikt is, hangt samen met de aard van de variabelen die worden afgebeeld.

- Vaak gaat het om metingen op een schaal, waarbij de verhoudingen tussen getallen een betekenis hebben. Een volwassene van 180 cm is niet alleen groter dan een kleuter van 90 cm, maar je kunt ook zeggen dat die volwassene twee keer zo groot is. In plaats van een broek van € 60,- kun je twee broeken van € 30,- kopen, dus de eerste broek is twee keer zo duur. Als in de klas achttien meisjes zitten en negen jongens heeft de verhouding tussen die aantallen betekenis.
- Soms heeft de volgorde op de schaal wel betekenis, maar de verhouding tussen de getallen niet. In de grafiek van het aantal leerlingen op een school zal men de volgorde 1998, 1999, 2000, 2001, enzovoort aanhouden, maar 1998 is niet het zoveelste deel van 2006.
- Soms is ook die volgorde willekeurig. Als we een grafiek maken van vakantiebestemmingen is er geen dwingende reden om Italië voor Spanje te zetten. Men kan een alfabetische volgorde aanhouden, maar de enige betekenis die dat heeft is dat het opzoeken sneller gaat.

In de statistiek wordt gezegd dat het eerste type schaal een verhoudingsschaal is, het tweede type een rangordeschaal en het derde type een nominale schaal. Leerlingen hoeven dat onderscheid niet te kennen, maar ze moeten wel kunnen redeneren over de betekenis van verhoudingen en volgordes.

Cirkeldiagrammen

Er zijn veel situaties waarbij het gaat om delen ten opzichte van een geheel. In dat geval geeft een cirkeldiagram de situatie vaak duidelijker weer dan een staafgrafiek. Cirkeldiagrammen laten verhoudingen makkelijk interpreteren in termen van breuken of procenten. Er zijn allerlei grafische variaties mogelijk. Voor de Tweede Kamer wordt bijvoorbeeld vaak een halve cirkel gebruikt, omdat de stoelen in de Tweede Kamer zelf ook in een halve cirkel staan (afb.54).

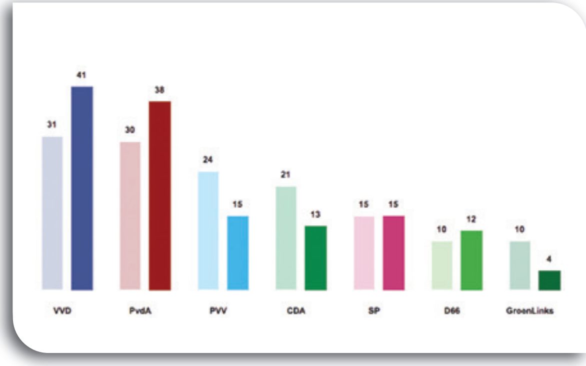


afb.54: Vergeleken met een staafgrafiek toont een cirkeldiagram duidelijker de verhoudingen ten opzichte van het totaal.

Het verschil tussen staafgrafieken en cirkeldiagrammen kan worden geïllustreerd aan de hand van verkiezingsuitslagen. Staafgrafieken laten de onderlinge verhoudingen tussen partijen zien, maar als het gaat om de verhoudingen binnen de gemeenteraad of de Tweede Kamer ligt een cirkeldiagram voor de hand.

Staafgrafieken

Staafgrafieken worden gebruikt als bij een van de variabelen de verhouding tussen getallen betekenis heeft, terwijl dat bij de andere variabele niet zo is, of als die verhouding daar niet belangrijk is. Bij een grafiek van vakantiebestemmingen zullen de aantallen per land in losse staven worden weergegeven.

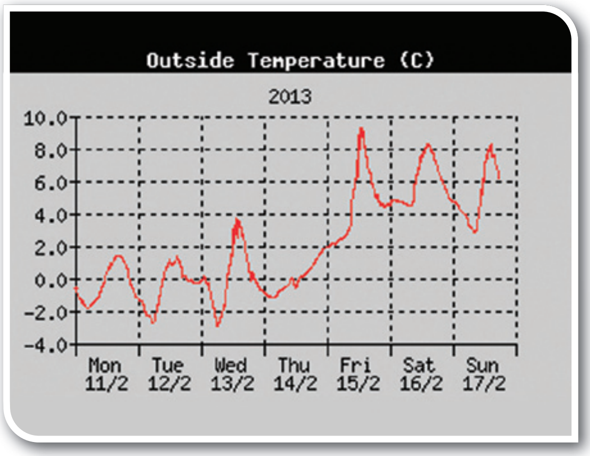


afb.55: Een staafgrafiek laat vooral de onderlinge grootte van partijen zien.

Lijngrafieken

Strikt genomen zouden we alleen een lijngrafiek moeten tekenen als beide schalen verhoudingsschalen zijn en elke tussenliggende waarde op de schaal op zich ook betekenis heeft. Als de lijn stijgt of daalt suggereert de grafiek immers dat de variabele alle tussengelegen waarden langsloopt. Het moet, met andere woorden, gaan om een variabele met een continue schaal. In de praktijk worden lijngrafieken ook gebruikt voor situaties waar de variabelen strikt gesproken niet continu zijn.

Lengtegroei geeft bijvoorbeeld een continue schaal, want tussen 156 cm en 157 cm zijn er ook lengtes als 156,3 cm, 156,48 cm en 156,9007 cm. Dat in de praktijk lichaamslengte niet zo precies gemeten wordt doet er niets aan af; de tussenliggende waarden hebben op zich betekenis. Tijd en temperatuur zijn andere voorbeelden van continue variabelen. Een voorbeeld van een discrete schaal is het aantal leerlingen op een school: een school kan geen 212,8 leerlingen hebben, hooguit is 212,8 een of ander gemiddelde.

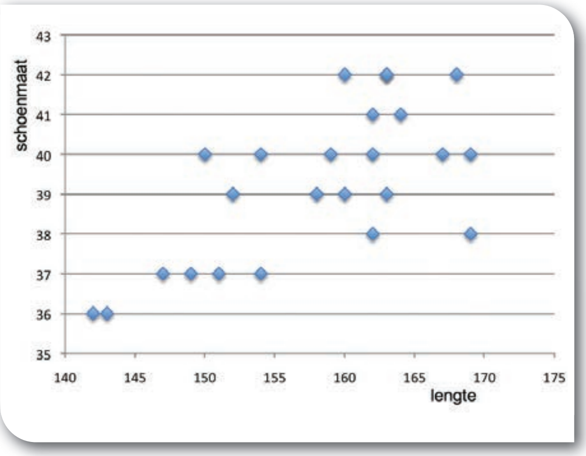


afb.56: Temperatuurverloop binnen een week. Temperatuur is een voorbeeld van een continue variabele. Het aantal leerlingen op een school is geen continue variabele.

Zelfs wanneer het om continue variabelen gaat, moeten we echter blijven oppassen. We meten immers altijd maar een deel van de punten van een grafiek en maken de grafiek af door tussenliggende punten te maken door een vloeiende lijn te trekken. Dat roept de vraag op of de lijn werkelijk zo vloeiend is. Dat hoeft niet het geval te zijn. Als we een grafiek van de temperatuur gedurende een dag maken aan de hand van metingen om de drie uur, dan is de dip in de temperatuur die een korte regenbui veroorzaakt misschien niet in de grafiek terug te vinden (afb.56).

Puntenwolk

Hebben langere kinderen grotere voeten? Wanneer we daarbij denken aan kinderen tussen 0 en 15 jaar is het antwoord zonder meer ja. Binnen een klas ligt dat anders, want er zijn vast kleine leerlingen met een grote schoenmaat en andersom. Het verband tussen lengte en schoenmaat is te onderzoeken door een puntenwolk of puntengrafiek te tekenen: op de ene as staat de lengte, op de andere de schoenmaat en elk kind wordt afgebeeld als een punt bij een bepaalde lengte en schoenmaat (afb.57).



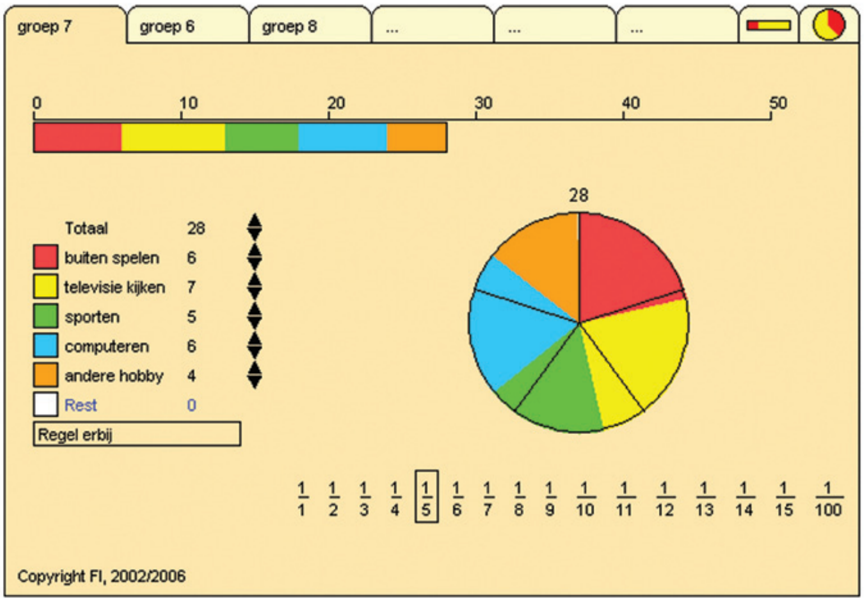
afb.57: Schoenmaat en lengte tegen elkaar uitgezet.

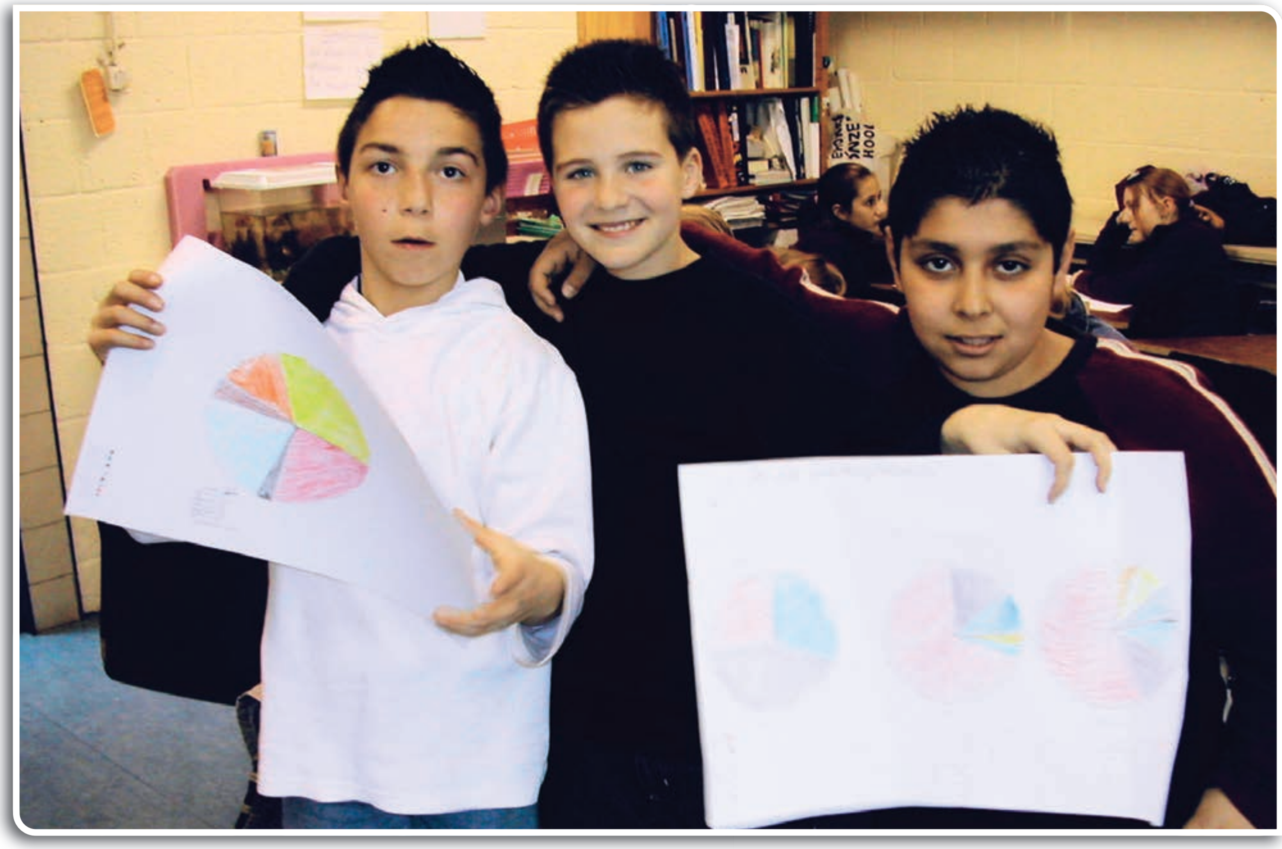
Grafieken met puntenwolken komen in de reken-wiskundemethodes van de basisschool weinig voor, maar ze zijn heel handig voor eigen onderzoekjes van leerlingen. In de activiteiten van de Grote Rekendag 2010 meten leerlingen eerst bij elkaar allerlei eigenschappen: lengte van je hele lijf, lengte van armen en benen, kracht in je armen, reactiesnelheid, de oppervlakte van je hand, het volume van je hand. Daarna onderzoeken ze in groepjes of er samenhang is tussen de verschillende metingen. Bijvoorbeeld:

- Hebben langere kinderen ook langere armen ?
- Heeft een hand met een grotere oppervlakte ook een groter volume?
- Zijn kinderen die snel zijn in het ene reactietijd-proefje ook snel in een ander proefje?

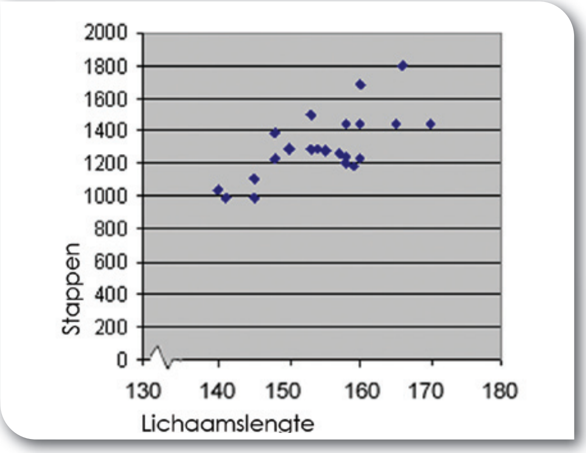
Computerprogramma 'In Kaart'

'In Kaart' (zie rekenweb.nl) is een computerprogramma dat een cirkeldiagram en een onderverdeelde staaf tekent bij ingevoerde gegevens. Het biedt leerlingen de mogelijkheid om een breukenverdeling - inclusief honderdsten - over het cirkeldiagram te leggen. Een dergelijk programma laat leerlingen ervaren hoe je dezelfde gegevens zowel met breuken als procenten kunt beschrijven.

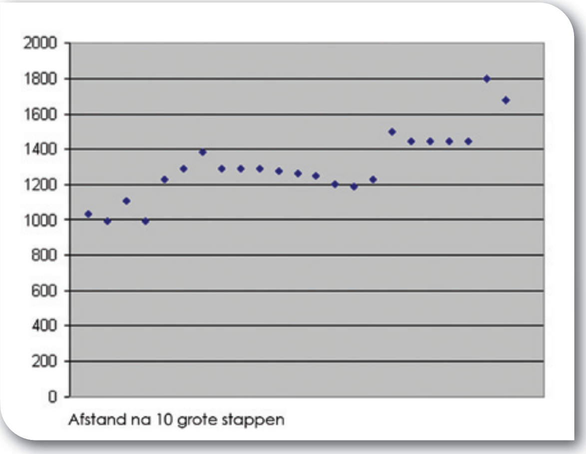




Langere kinderen, grotere stappen?



afb.58: Is er een verband tussen hoe lang je bent en de grootte van je stappen?



afb.59: Zo stonden de leerlingen na tien stappen op het schoolplein.

In het materiaal van de Grote Rekendag 2010 staan activiteiten beschreven voor groep 7 en 8 waarbij het maken en interpreteren van een puntenwolk centraal staat. Deze wordt geïntroduceerd vanuit de vraag of langere kinderen ook grotere stappen kunnen maken. De uiteindelijke puntenwolk is er een als die van afbeelding 58, met onderaan hoe lang de kinderen zijn en verticaal de afgelegde afstand in tien grote stappen. In het gegeven voorbeeld is er een duidelijk verband, maar het is zeker niet perfect; het langste kind maakt bijvoorbeeld vrij gemiddelde stappen. Aan het maken van deze puntenwolk gaat een activiteit op het schoolplein vooraf, waarbij de leerlingen eerst naast elkaar gaan staan op volgorde van lengte en dan allemaal 10 stappen maken. Afbeelding 60 laat zien wat het resultaat kan zijn: de kleinste kinderen kinderen van de klas staan links op de foto.

Via de tegels konden de leerlingen uitrekenen hoe ver ze gekomen waren. Met die gegevens zou je het plaatje kunnen maken van afbeelding 59, een nette weergave van waar ieder kind op het schoolplein gekomen was. In dat geval gebruik je de variabele ‘lengte’ echter alleen maar om de leerlingen op volgorde te zetten. In het eerdere plaatje met de puntenwolk (afb.58) was horizontaal de lengte in centimeters uitgezet en dat is beter, want dan maak je van de horizontale schaal een echte verhoudingsschaal.

afb.60: De leerlingen hebben allemaal tien grote stappen gemaakt en zich daarna omgedraaid.

Zelf een grafiek bedenken

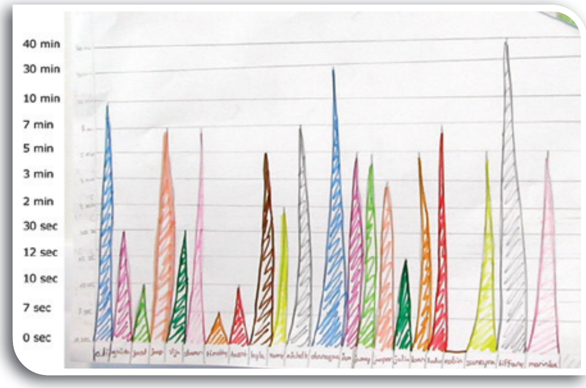
In de rekenles komt het niet vaak voor dat leerlingen mogen werken met eigen gegevens. Op dit punt kan het rekenonderwijs sterk profiteren van integratie met lessen wetenschap & techniek. Een argument om grafieken kant en klaar in het rekenboek te zetten is ongetwijfeld dat het tekenen van grafieken met potlood, liniaal en passer veel tijd kost. Toch is die tijd goed besteed, want als we leerlingen zelf een grafiek laten tekenen ontstaat vanzelf een discussie over de afspraken die gelden bij grafieken en over de ideeën er achter.

Daarnaast is het natuurlijk tegenwoordig heel makkelijk om met de computer grafieken te maken van eigen gegevens. Een bezwaar van een programma als Excel is echter dat het aantal mogelijke keuzes daar erg groot is en dat betekent dat leerlingen in feite al behoorlijk wat inzicht in grafieken nodig hebben om er zelfstandig mee te kunnen werken. Wanneer Excel wordt ingezet met, zeg maar, een kookboek-handleiding leren kinderen er weinig van. Een meer principieel punt is dat een programma als Excel als het ware een kant en klaar eind-product biedt. Er is een hele ontwikkeling geweest die geleid heeft tot de grafieken waar wij nu zo vertrouwd mee zijn. Voor leerlingen is het goed om een soortgelijke ontwikkeling als het ware ook zelf door te maken en de kernideeën achter grafieken als het ware zelf opnieuw uit te vinden.
Grafieken zijn overigens een relatief recente uitvinding. De eerste grafieken waarin het verband tussen twee variabelen wordt weergegeven dateren uit de achttiende eeuw.

Hieronder geven we een aantal voorbeelden uit lessen waarin het aan de leerlingen zelf overgelaten werd om te kiezen wat voor grafiek ze wilden gebruiken. De voorbeelden laten zien dat een aantal belangrijke eigenschappen van grafieken voor de leerlingen helemaal niet zo vanzelfsprekend zijn. In feite moet je als leerkracht blij zijn wanneer leerlingen fouten maken in hun grafieken, want ze zijn aanleiding om met de klas te bespreken op welke afspraken grafieken gebaseerd zijn en om samen te onderzoeken waarom die zinvol zijn.

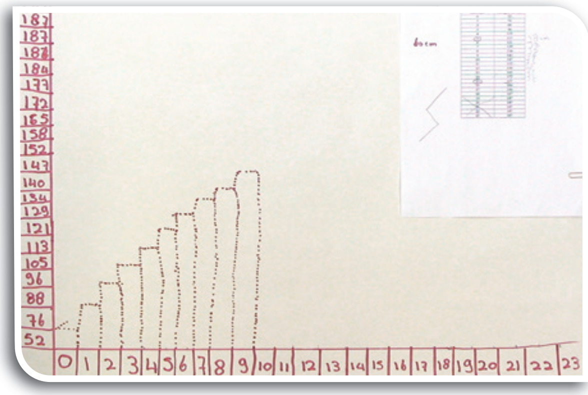
De schaal op de as

In het materiaal voor de Grote Rekendag van 2005 staat beschreven hoe leerlingen in de bovenbouw een onderzoekje op kunnen zetten met een door hen zelf ontworpen vragenlijst. Ze mogen daarbij zelf kiezen wat voor grafiek ze tekenen. Een van de vragen die de leerlingen van een groep 7 aan hun klasgenoten stelden was: ‘Hoe lang sta je ‘s morgens voor de spiegel?’ In de grafiek van afbeelding 61 is te zien dat de antwoorden erg uiteen liepen, van nul seconden tot veertig minuten(!). Opvallend is echter ook dat de tijdschaal op de verticale as de verhoudingen niet weergeeft: de afstand tussen nul seconden en zeven seconden is even groot als de afstand tussen dertig en veertig minuten.

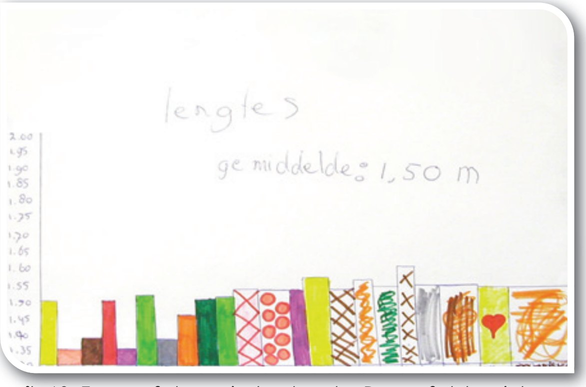


afb.61: Een grafiek voor antwoorden op de vraag: ‘Hoe lang sta je ’s morgens voor de spiegel?’

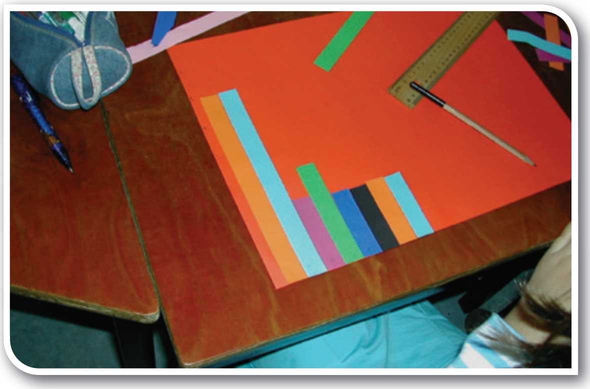
In een grafiek is de schaalverdeling op de assen meestal gebaseerd op gelijke afstanden tussen de getallen. Wat de leerlingen van afbeelding 61 in feite gedaan hebben is dat ze simpelweg alle gevonden waarden op een rij hebben gezet. Tot welke merkwaardige resultaten dit kan leiden laat afbeelding 62 zien. De les ging over groeien en de leerlingen hadden een tabel gekregen met de lengte van een jongen op zijn verschillende verjaardagen. De grafiek van afbeelding 62 is nog niet af, maar te zien valt al wel dat de toppen van de staven op een rechte lijn komen te liggen. Dat is vreemd, want groei, weten we, verloopt niet lineair. Het is dan ook simpelweg het effect van het koppelen van elke volgende waarde in de ene kolom aan de volgende waarde in de andere kolom.



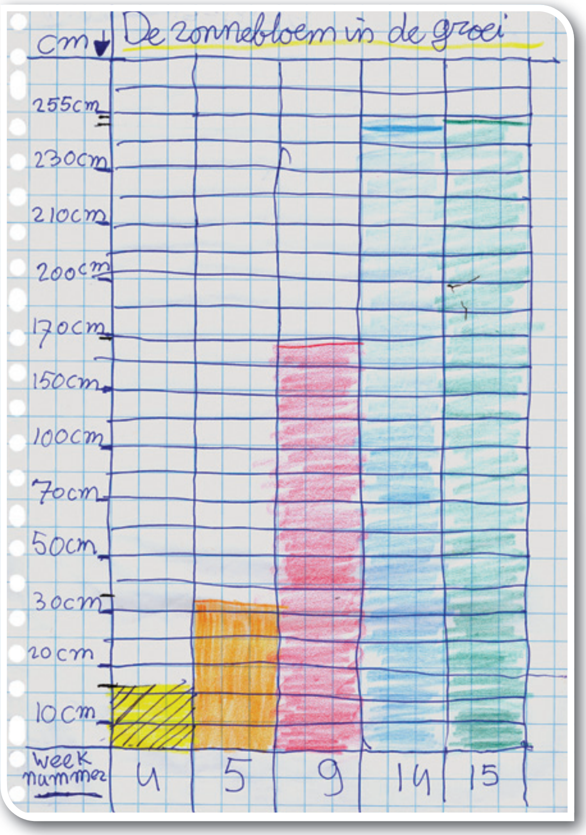
afb.62: Een grafiek van de lengte van een jongen op zijn verschillende verjaardagen. Omdat de leerlingen simpelweg alle gegeven lengtes boven elkaar hebben gezet lijkt het alsof de groei lineair is.



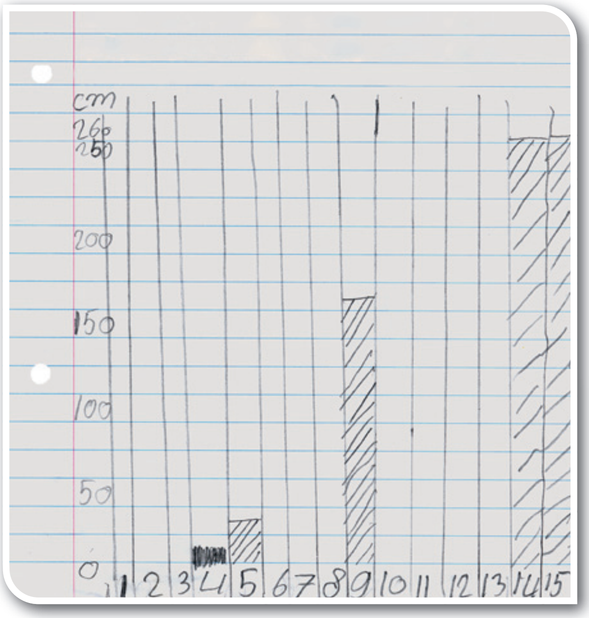
afb.63: Een grafiek van ieders lengte. De grafiek begint pas bij 1 m 30, waardoor de verschillen goed zichtbaar zijn. De verhoudingen tussen de staven hebben echter geen betekenis.



afb.64: Leerlingen willen graag de waarde 0 ook een vakje geven, hier staan de kortste staafjes voor 1. In zo'n grafiek geven de staven niet de verhoudingen meer weer.



afb.65: Staafgrafiek van de groei van de zonnebloem.



afb.66: De groei van de zonnebloem. De leerling heeft de plek van ontbrekende gegevens open gelaten.

Moet de as altijd bij 0 beginnen?

Bij het maken van een grafiek voor hoe lang je bent, is het niet handig om bij 0 te beginnen; daar kun je bijvoorbeeld beter bij 1 m 20 beginnen. De afstanden tussen de punten op de as blijven verder gelijk. De grafiek van afbeelding 63 is corect, maar het is nu natuurlijk niet zo dat iemand met een twee keer zo grote staaf ook twee keer zo lang is. Er is als het ware een stuk van de staven afgeknipt, wat vaak wordt aangegeven met een slingertje onderaan op de as.

Wat doe je met nul antwoorden?

Leerlingen hebben de neiging om te denken dat de getallen op een as bij een bepaald lijnstukje horen in plaats van bij punten op een lijn. Vanuit dat idee geven ze ook de 0 een stukje op de as en ze kleuren een blokje in bij nul antwoorden in plaats van niets in te kleuren. Ze willen daarmee waarschijnlijk zichtbaar maken dat 0 ook een passende uitkomst is die moet worden meegenomen. Het effect is echter dat de verhoudingen niet meer kloppen. Op de foto van afbeelding 64 zijn de korte stroken twee vakjes hoog, maar ze staan voor '1'.

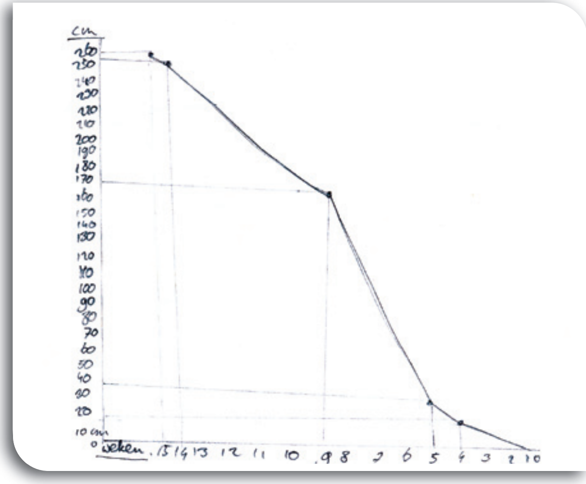
Ontbrekende gegevens

Wat moet je doen als je van een zonnebloem weet hoe lang hij was na vier, vijf, negen, veertien en vijftien weken, maar je hebt niet de tussenliggende metingen? Toen we een groep 7 dit probleem voorlegden leverde dat heel verschillende grafieken op.

De leerling die de grafiek van afbeelding 65 tekende zette de staven van de vijf metingen simpelweg naast elkaar. Dat is op zich niet fout, maar het zegt weinig over de snelheid waarmee de zonnebloem groeit. Onhandiger nog is dat de leerling bij de verticale as getallen met ongelijke onderlinge intervallen heeft gezet: 10, 20, 30, 50, 70, 100, 180 ... Een andere leerling tekende de grafiek van afbeelding 66. Hij had moeite om zijn klasgenoten te overtuigen dat zijn grafiek goed was, want die vonden dat het leek alsof de zonnebloem na zes, zeven en acht weken opeens weer 0 cm was.

Van links naar rechts?

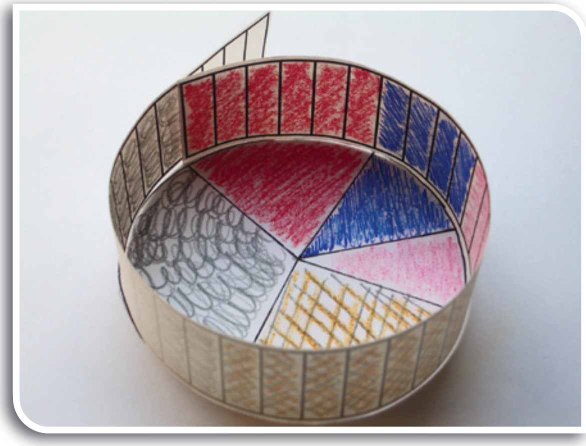
Het is voor ons zo vanzelfsprekend dat de waarden op de assen van een grafiek oplopen van beneden naar boven en van links naar rechts dat een grafiek als die van afbeelding 67 verrassend is. Deze leerlingen zetten de lengte van de zonnebloem na vijftien weken links. Het leidde in de klas tot de vraag of de richting op de as essentieel was of alleen maar een afspraak. De conclusie was dat het een afspraak was, maar wel een handige afspraak omdat je ook van links naar rechts leest.



afb.67: Een lijngrafiek van de groei van een zonnebloem. De leerlingen hebben het aantal weken van rechts naar links op de horizontale as gezet.

Cirkeldiagrammen

Cirkeldiagrammen zijn lastig te tekenen, nog lastiger dan staaf- of lijngrafieken. Bij gebruik van de computer valt dat bezwaar weg, maar toch is het nuttig om leerlingen af en toe zelf een cirkeldiagram te laten construeren. Afbeelding 68 laat zien hoe dat, zonder ingewikkeld rekenwerk, met de hand kan worden gedaan. Eerst kleuren de leerlingen een strook in en van die strook wordt vervolgens een cirkel gebogen. Via het tekenen van 'spaken' wordt de verdeling van de strook omgezet in delen van een cirkeldiagram. De lengte van de strook is vrij, dus de strook kan simpelweg gemaakt worden door op een strook met vakjes zoveel vakjes in te kleuren als nodig zijn.



afb.68: Wanneer je resultaten eerst inkleurt op een strook kun je ze omzetten in een cirkeldiagram.

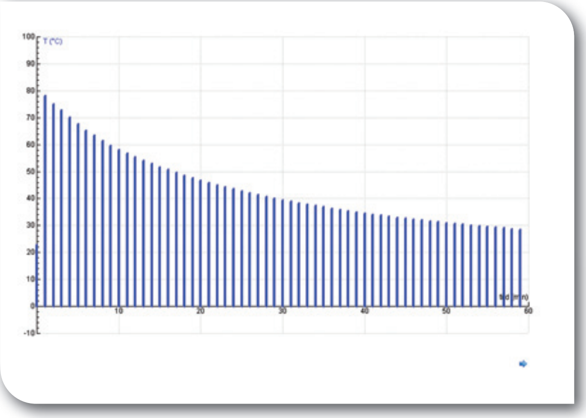
Verandering onderzoeken met grafieken

Grafieken zijn een ideaal hulpmiddel voor het weergeven van veranderingen. In een temperatuurgrafiek, bijvoorbeeld, is goed te zien hoe de temperatuur toe- en afneemt binnen een dag of een week. Groei - van zonnebloemen of mensen - is een ander voorbeeld. In de vorm van een grafiek is niet alleen stijgen of dalen af te lezen, maar ook de snelheid van de verandering: een steile lijn in een grafiek wijst op een snelle verandering, een minder steile lijn op een langzame verandering. Wanneer de lijn op dezelfde hoogte blijft geeft dat aan dat er geen verandering is.

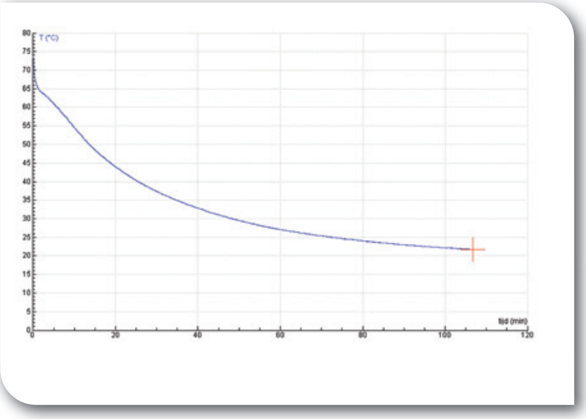
Van staafjesgrafiek naar lijngrafiek

Wanneer het gaat om continue variabelen - dat wil zeggen variabelen die elke tussenliggende waarde aan kunnen nemen - lijkt het voor de hand te liggen om een lijngrafiek te tekenen. Toch zijn er argumenten om leerlingen eerst met staafjesgrafieken te laten experimenteren. We beschrijven als voorbeeld een computerprogramma voor het meten van temperatuur.

De €sense is in dit boek al eerder ter sprake gekomen bij het meten van licht. Het is een klein kastje dat via een USB-poort aan de computer gekoppeld kan worden en te gebruiken is als sensor voor licht, geluid of temperatuur. Voor het meten van temperatuur is er een losse meetstaaf aan een snoertje dat met een stekker in het kastje kan worden geplugd. Met deze sensor is bijvoorbeeld te meten hoe snel heet water afkoelt.



afb.69: Een staafgrafiek van het afkoelen van een kopje thee.



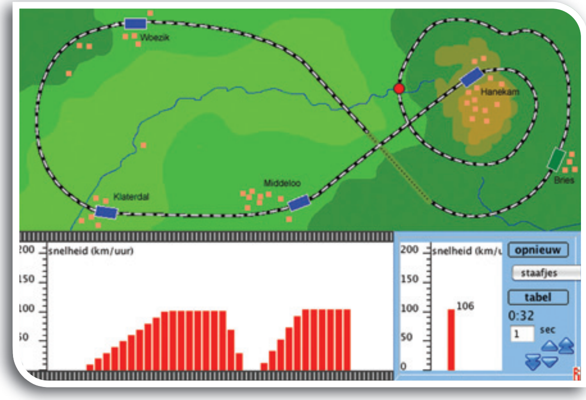
afb.70: Een lijngrafiek van het afkoelen van een kopje thee.

De staafjesgrafiek van afbeelding 69 is gemaakt door de computer elke minuut een meting te laten doen. Het water in het kopje was in het begin 73 graden en koelde binnen een uur af tot 27 graden. Te zien valt dat de afkoeling in het begin sneller verliep dan later; een interessant punt om leerlingen in de bovenbouw over na te laten denken.

Om de computer maar één keer per seconde een meting te laten doen, is in feite wat vreemd, want de computer kan in feite tientallen malen per seconde de temperatuur meten. Dat levert dan een lijngrafiek zoals die van afbeelding 70. Deze grafiek is gedetailleerder dan die van afbeelding 69, maar tegelijk is hij ook abstracter, want hoe zie je in deze grafiek dat het water eerst snel afkoelt en dan langzaam? 'De lijn loopt daar steiler', zeggen kinderen, maar daarmee verwoorden ze in feite alleen maar wat ze zien. Als we het hierbij zouden laten, creëren we associaties tussen 'steil' en 'snel' zonder dat leerlingen die associaties kunnen onderbouwen.

De staafjesgrafiek van afbeelding 69 is daarmee vergeleken veel concreter, want elk staafje is een nieuwe meting en het verschil tussen de staafje geeft aan of de verandering klein of groot is gewest. Bij zo'n grafiek kunnen leerlingen de snelheidsverandering heel goed onder woorden brengen: 'Eerst koelt het water snel af. Dat kun je zien omdat de temperatuur elke minuut wel twee graden daalt. Later gaat het afkoelen heel langzaam, minder dan een graad per minuut.'

Om dezelfde reden tekent het computerprogramma 'Treinmachinist' (rekenweb.nl) ook grafieken met staafjes en geen lijngrafieken. In het programma Treinmachinist laat het bovenste deel van het scherm een treinbaan zien met een bewegende rode punt die aangeeft waar de trein zich bevindt. Terwijl de trein rijdt - de leerlingen kunnen hem harder en zachter laten rijden - tekent de computer onderaan een grafiek. In afbeelding 71 is dat een grafiek van de snelheid van de trein tegen de tijd. De staafjes helpen de leerlingen om op een heel concrete manier over veranderingen te redeneren, bijvoorbeeld: 'Je kunt zien dat de trein in het tweede stuk sneller optrok dan in het eerste stuk, want daar komt er in elke seconde wel 20 km per uur bij. In het eerste stuk is dat maar 10 km per uur'.



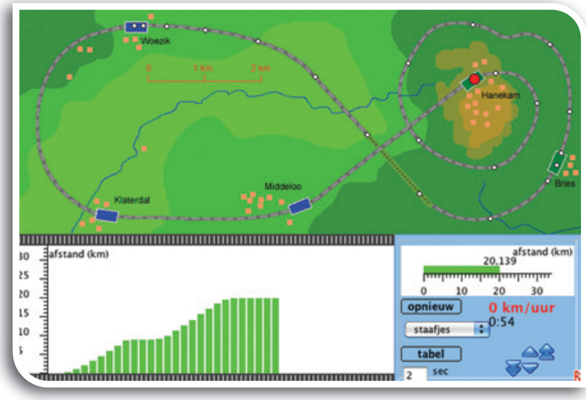
afb.71: Het computerprogramma Treinmachinist. De staafjes helpen de leerlingen op een concrete manier te redeneren over veranderingen in de snelheid van de trein.

Afstandsgrafieken en snelheidsgrafieken

Het is mogelijk om de snelheid van verandering zelf ook weer tot onderwerp van een grafiek te maken. Het is een onderwerp uit het voortgezet onderwijs, maar het kan op een informeel niveau ook heel goed aan de orde worden gesteld in de bovenbouw van het basisonderwijs. Voor het basisonderwijs is het interessant dat leerlingen verschillende grafieken voor dezelfde situatie leren vergelijken.

Iemand maakt een autorit van, zeg, Utrecht naar Amsterdam. Binnen Utrecht zal de auto minder dan 50 km per uur rijden, dan komt er een stuk snelweg - hopelijk zonder file - en daarna rijdt de auto in Amsterdam weer maximaal 50. De meest directe manier om deze autorit weer te geven is een grafiek van de snelheid - het getal op de snelheidsmeter - tegen de tijd. Het is echter ook mogelijk om een grafiek te maken van de afgelegde afstand tegen de tijd. Die twee grafieken zien er heel anders uit, maar je kunt er in principe wel dezelfde veranderingen in aflezen.

Als voorbeeld gebruiken we niet plaatjes van de autorit, maar van het computerprogramma Treinmachinist. Onderaan op het scherm kan de computer in plaats van een snelheidsgrafiek (afbeelding 71) ook een grafiek tekenen van de afstand tegen de tijd (afbeelding 72). Een snelheidsgrafiek stijgt en daalt met het optrekken en remmen van de trein, maar in een afstandsgrafiek stijgt de grafiek voortdurend; de trein rijdt immers steeds verder weg van het beginpunt. Toch is in beide grafieken te zien dat de trein optrekt, even met een constante snelheid rijdt en dan weer afremt om bij het volgende station te stoppen.



afb.72: De computer tekent nu een grafiek van de afgelegde afstand tegen de tijd.

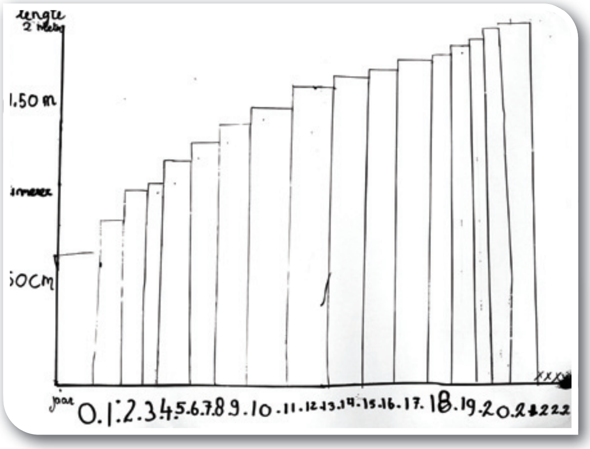
Dat de twee soorten grafieken verband houden met elkaar is logisch, maar zou je nu ook vanuit de ene grafiek de andere kunnen construeren? Ja, in principe kan dat, want het verschil tussen de staafjes in de afstandsgrafiek is wat de trein aflegt in een tijdseenheid. Een grafiek van die stukjes is nog niet een echte snelheidsgrafiek, maar hij benadert hem wel.

Rond het programma Treinmachinist zijn webquests gemaakt waarin leerlingen eerst de twee typen grafieken apart onderzoeken en daarna vragen beantwoorden over de relaties tussen de twee.

Groeisnelheid

Bij groei zijn twee vergelijkbare grafieken te maken, niet alleen een grafiek van de lengte zelf, maar ook een van de groeisnelheid. Als we leerlingen een passend probleem voorleggen, blijken ze zelf zo'n grafiek uit te kunnen vinden. Een voorbeeld is de les van leerkracht Peter Biemans die vertelt hoe hij elk jaar op zijn verjaardag gemeten is. Hij geeft de leerlingen het lijstje met de gegevens en vraagt hen dan in tweetallen een grafiek te tekenen.

Afbeelding 73 en 74 zijn voorbeelden van de grafieken die dat oplevert. De grafiek van afbeelding 73 ligt het meest voor de hand: horizontaal staan de verjaardagen en verticaal de lengte van Peter op die dag. Je kunt in de grafiek zien dat hij als baby snel groeide en later minder snel. Er kwamen echter ook grafieken als die van afbeelding 74. Deze leerlingen maakten een grafiek van het aantal cm groei per jaar, dus van het verschil tussen twee opeenvolgende verjaardagen. In zo'n grafiek zie je veel directer hoe de groeisnelheid verandert.



afb.73: Een grafiek van de lengte van Peter.

afb.74: Een grafiek van de groei per jaar.

Leeftijd	Lengte
0	51
1	77
2	88
3	96
4	105
5	112
6	120
7	127
8	133
9	138
10	143
11	149
12	155
13	161
14	168
15	172
16	179
17	181
18	182
19	182
20	182
21	182

Nawoord

'Experimenteren in de rekenles' hebben we dit boek genoemd, maar de lessen die we beschreven zullen leerlingen waarschijnlijk niet direct ervaren als rekenlessen. De meeste lessen gaan over onderwerpen uit de natuurkunde - licht, spiegels, tandwielen - en het vak rekenen-wiskunde levert daarbij vooral het onderzoeksgereedschap. Het lijkt ons goed als de leerkracht de relatie met het vak reken-wiskunde expliciet benoemt.

Er is nog een reden waarom leerlingen het waarschijnlijk geen echte rekenlessen zullen vinden: De rekenles associëren ze met sommen maken en niet met onderzoek doen. Dat is jammer, want zoals leerlingen licht en tandwielen onderzoeken, zouden ze ook kommagetallen en procenten kunnen onderzoeken. Dat is dan echter een onderwerp voor een ander boekje.

In dit boekje hebben we voorbeelden gegeven van activiteiten waarin de vakken reken-wiskunde en wetenschap & techniek gecombineerd worden zoals we ook aan het begin schreven: Daar kunnen beide vakken van profiteren. Op de website www.fisme.science.uu.nl/rekenweb/techplek/ zijn meer voorbeelden te vinden van zulke onderwijsactiviteiten. Kijk ook op de website www.fisme.science.nl/experimentereninderekenles/ die hoort bij dit boekje. Daar staan per hoofdstuk links naar verwante activiteiten en andere verwijzingen.

Wij wensen u en de leerlingen veel plezier bij het experimenteren.